SOBRAPO

PODes
Revista Eletrônica Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento

Rio de Janeiro, v.2, n.3, p. 216-225, setembro a dezembro de 2010

UMA PROPOSTA DE OFICINA DE COLORAÇÃO DE MAPAS E GRAFOS PARA O ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO

Daniele Lozano
CCA - UFSCar
lz.dani@cca.ufscar.br

Socorro Rangel
DCCE – UNESP
socorro@ibilce.unesp.br

Célia Pires
E.E. Pio X- São José do Rio Preto – SP
celia.maria54@terra.com.br

Resumo

Apresentamos neste artigo propostas de atividades e uma discussão da experiência obtida com a realização de uma Oficina de Coloração de Mapas e Grafos para o Ensino Fundamental e Médio em uma escola pública de São José do Rio Preto/SP. A idéia de apresentar este tópico para alunos deste nível escolar foi motivada principalmente pelos trabalhos de Jurkiewicz (2002, 2004) que desde 2002 se propôs a levar conhecimentos adicionais da Matemática Discreta (principalmente grafos) para a sala de aula do Ensino Médio de escolas do Rio de Janeiro. As oficinas realizadas foram produtivas e permitiram analisar o modo como os alunos de diferentes faixas etárias se comportam diante da aprendizagem de conteúdos extracurriculares. A apresentação de tópicos adicionais da Matemática Discreta no nível pré-universitário é de extrema importância, não apenas como motivação para estudos futuros, mas também para formação de cidadãos aptos para entender as complexidades do mundo atual.

Palavras-Chave: coloração em grafos, oficinas de ensino, conteúdo extracurricular

Abstract

We propose in this paper activities and a discussion of the experience obtained with a workshop on Coloring Maps and Graphs for students of elementary and high school in São Jose do Rio Preto/SP. The idea of presenting this topic for students of these school levels was motivated mainly by the work of Jurkiewicz (2002, 2004) that, since 2002, has offered to bring additional knowledge of Discrete Mathematics (mostly graph theory) for students of public high school in Rio de Janeiro. The proposed workshops were very productive and allowed the analysis of students behavior when faced with extracurricular topics. The presentation of extra Discrete Mathematics topics at this level of study is important not only to motivate future studies but also to train citizens to be able to understand the complexities of today's world.

Keywords: graph coloring, education workshop, extracurricular topics

Versão inicial submetida em 30/6/2010. Versão final recebida em 29/9/2010.

1. Introdução

O estudo da Teoria dos Grafos e suas aplicações é um tema atual, importante, e que tem se desenvolvido nos últimos anos. O conceito de grafos é simples e versátil, porém tem sido omitido dos cursos de licenciatura em Matemática, e não está incluído na estrutura curricular do Ensino Fundamental e Médio. Sob o ponto de vista do ensino, a Teoria dos Grafos é um tema atraente tanto por sua aplicabilidade, quanto por seu caráter combinatório e algébrico e também por sua relação com a Algorítmica. Há pouca bibliografia direcionada para o ensino de problemas em Teoria dos Grafos, principalmente na formação de professores e alunos do Ensino Médio no Brasil.

Jurkiewicz (2002) propõe a questão: "Qual conteúdo deve-se introduzir no currículo da matemática pré-universitária para viver num mundo de procedimentos algorítmicos?" Já em 2004 o autor discute a necessidade da introdução deste conteúdo, voltado à formação de cidadãos aptos a viver num mundo onde a cultura dos procedimentos sequenciais se torna rapidamente um padrão e, cita também algumas experiências que estão sendo realizadas neste sentido tais como: DCI (DIMACS, 2010), MEGAMATH (Casey e Fellows, 2010) e Graph Coloring Page (Culberson, 2010).

O trabalho descrito no presente texto teve por finalidade, entre outras coisas, apresentar uma abordagem didática para um dos problemas mais complexos (do ponto de vista computacional) da Teoria dos Grafos, conhecido como Problema de Coloração em Grafos. A escolha desse problema foi devida as suas diversas aplicações e possibilidade de desenvolver no aluno a habilidade de resolver problemas utilizando estratégias e entender as aplicações diversas de um mesmo problema. Pretendemos assim, estimular os professores do Ensino Fundamental e Médio a trabalharem este tema e outros da Matemática Discreta em sala de aula ou como atividade extraclasse.

A Seção 2 apresenta as atividades propostas e o material utilizado para a realização da oficina. Na Seção 3 descrevemos o desenvolvimento da mesma e finalizamos com as considerações finais (Seção 4). Supomos que o leitor está familiarizado com conceitos da Teoria dos Grafos, em particular com o Problema de Coloração de Mapas e Grafos. No entanto, para tornar este artigo autocontido, apresentamos no Anexo I conceitos básicos da Teoria dos Grafos e do Problema de Coloração.

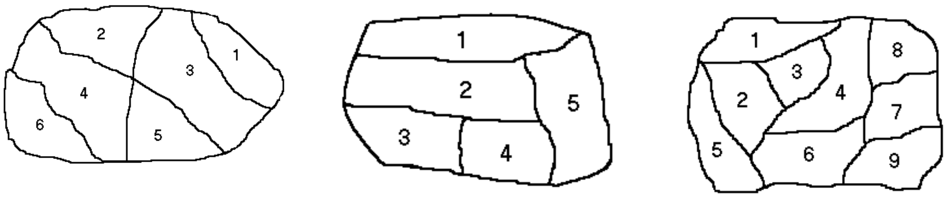
2. Atividades propostas e material utilizado

As atividades propostas e o material elaborado para explorar o Problema de Coloração de Mapas e Grafos são simples e mostram situações que podem ser trabalhadas em sala de aula. A oficina foi dividida em dois blocos de quatro atividades cada. O primeiro bloco tem como objetivo trabalhar o Problema de Coloração de Mapas, e o segundo o Problema de Coloração em Grafos. A Tabela 1 apresenta um resumo das atividades propostas em cada bloco.

Tabela 1: Divisão das atividades da oficina.

Bloco I	Bloco II
Atividade 1: Coloração de mapas	Atividade 5: Associar a cada mapa proposto um grafo
Atividade 2: Questionário	Atividade 6: Problema de coloração de vértices de um grafo
Atividade 3: Problema da Herança	Atividade 7: Problema dos Químicos
Atividade 4: Teorema das Quatro Cores	Atividade 8: Avaliação final

O material utilizado na oficina foi: isopor, tachinhas coloridas, lápis de cor e papel sulfite. Os três mapas selecionados para o desenvolvimento da Atividade 1 (ver Figura 1) e o mapa utilizado na Atividade 3 (ver Figura 2) foram desenhados em retângulos de isopor de dimensão 10 x 15 cm aproximadamente.



Mapa 1 Mapa 2 Mapa 3

Figura 1 – Mapas usados na Atividade 1.

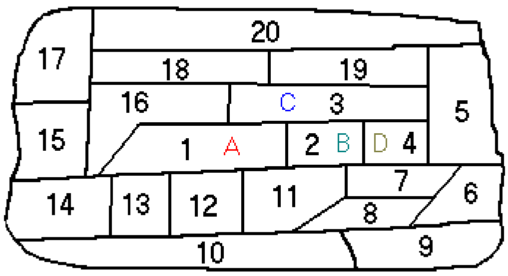


Figura 2 – Mapa da Atividade 3 - O Problema da Herança.

A primeira atividade do Bloco I (Atividade 1) é encontrar uma coloração para os mapas selecionados. O objetivo é determinar empiricamente qual é a quantidade mínima de cores necessárias para obter uma coloração de cada um dos mapas de forma que regiões com fronteira comum recebam cores diferentes. A seguir, é apresentado um questionário (Atividade 2), com perguntas sobre o processo usado pelo aluno para obter a coloração, e o desenho dos mapas para que fossem coloridos com lápis de cor, registrando assim a coloração final obtida para cada mapa. Ainda neste bloco é apresentado o Problema da Herança (Atividade 3) enunciado no Quadro 1 abaixo. A diferença desta atividade para a Atividade 1 é que na Atividade 3 a coloração do mapa não é livre, já existem regiões previamente coloridas. O Teorema das Quatro Cores é enunciado ao final deste bloco (Atividade 4).

Quadro 1 – Problema da Herança – Adaptado de (Simões e Lima, 1999)

Problema da Herança - Quatro filhos, Antonio, Beatriz, Carlos e Daniel, devem dividir as terras que receberam de herança de seu pai. Cada um tem sua casa construída em um terreno, que está indicada no mapa da Figura 2 pelas letras iniciais de seus nomes e, o filho mais velho, Antonio, herdou a casa dos pais localizada no terreno 9. A condição deixada pelo pai foi que os terrenos herdados por um mesmo filho não podem ter fronteiras comuns. Como distribuir os terrenos?

Para iniciar o Bloco II, propomos a Atividade 5, que associa a cada mapa trabalhado na Atividade 1 o seu grafo. Após formalizar a notação de grafo, foi trabalhada simultaneamente a Atividade 6 que é obter uma coloração dos vértices de cada grafo. Foi proposto então o Problema dos Químicos enunciado no Quadro 2 (Atividade 7), como exemplo de aplicação do Problema de

Coloração de Vértices. Finalizamos a oficina com uma avaliação individual (Atividade 8) que, junto com a Atividade 2, serve de instrumento para uma análise geral da oficina.

Quadro 2 – Problema dos Químicos – Adaptado de (Wilson, 1996).

Problema dos Químicos - Suponha que um químico deseja armazenar cinco substâncias diferentes: a, b, c, d, e. Algumas dessas substâncias reagem quando entram em contato, devendo então ser armazenadas em salas diferentes. Qual é a quantidade mínima de salas necessárias para armazenar estas substâncias? Na Tabela 2 estão identificadas pelo símbolo * as substâncias que reagem quando armazenadas juntas.

Tabela 2 – Substâncias que reagem quando entram em contato.

	a	b	c	d	e
a	---	*	*	*	---
b	*	---	*	*	*
c	*	*	---	*	---
d	*	*	*	---	*
e	---	*	---	*	---

3. Desenvolvimento da Oficina

Foram realizadas duas oficinas na escola E. E. Pio X – São José do Rio Preto – SP, uma para a 2ª série do Ensino Médio com duração de duas aulas consecutivas de cinquenta minutos cada, e outra para a 6ª série do Ensino Fundamental, com duração de sessenta minutos. As oficinas ocorreram de forma dinâmica havendo integração entre os alunos e as professoras. No Bloco I trabalhamos com os alunos organizados em duplas, e as dúvidas foram tiradas individualmente. No Bloco II, com o objetivo de construir junto com os alunos os novos conceitos que seriam trabalhados, direcionamos as atividades utilizando a lousa.

3.1 Ensino Médio

A turma do Ensino Médio, composta por dezesseis alunos, foi separada em oito duplas, sendo livre a escolha do parceiro. Explicamos a Atividade 1, e entregamos a cada dupla dois mapas de cada tipo e um conjunto de tachinhas contendo cem tachinhas com cinco cores diferentes. Assim que a dupla concluía a coloração de um mapa, um novo mapa era entregue. Foi solicitado que os alunos fizessem anotações.

A primeira coloração do Mapa 1 foi livre. Depois de obtida uma coloração, os alunos foram orientados a determinar o número mínimo de cores necessárias para colorir o mapa. Todas as duplas determinaram o mínimo de duas cores para o Mapa 1.

Ao colorir os Mapas 2 e 3, os alunos tomaram a iniciativa de buscar o menor número de cores necessárias, determinando três e quatro cores respectivamente. Com o acompanhamento e orientação constante das professoras, as duplas puderam sanar suas dúvidas, e ao mesmo tempo anotar suas dificuldades.

Ao final da coloração de cada mapa, cada dupla foi questionada sobre a razão do número de cores necessárias. Em relação ao Mapa 2 a resposta quase sempre foi "Por que a região dois faz fronteira com todas as outras regiões, o que não aconteceu com o Mapa 1". E no Mapa 3 uma justificativa foi: "A região quatro tem muitas fronteiras". Deixamos para o Bloco II de atividades a conclusão desta discussão.

Concluída a coloração dos três mapas, distribuímos o questionário (Atividade 2), que foi respondido por cada aluno, utilizando os mapas já coloridos com as tachinhas e as anotações feitas durante a realização da Atividade 1.

A Atividade 3 foi iniciada com a leitura do Problema da Herança. Em seguida os alunos tentaram obter a solução do problema, mas a maioria só conseguiu com o auxílio das professoras, demonstrando o grau de dificuldade do mapa associado ao problema (Figura 2). Para concluir este Bloco enunciamos o Teorema das Quatro Cores (Atividade 4), como curiosidade sobre o tema.

Iniciamos o desenvolvimento do Bloco II pela Atividade 5. Após associar ao Mapa 1 o seu grafo, formalizamos a notação do grafo, apresentamos o Problema de Coloração de Vértices e procedemos para a Atividade 6 (coloração do Grafo). Repetimos o procedimento para o Mapa 2. Através de discussões, a própria turma concluiu que colorir o mapa é equivalente a colorir o grafo. Os vértices do grafo estão representando as regiões do mapa e as arestas a vizinhança entre regiões.

Mostramos aos alunos a não validade do argumento usado para justificar o porquê de serem necessárias três cores para obter uma coloração do Mapa 2. Retirando do grafo a aresta associada às regiões 2 e 3, e colorindo o grafo resultante, verificamos novamente a necessidade de pelo menos três cores.

Pedimos a um aluno que desenhasse na lousa a representação do grafo associado ao Mapa 3 (Figura 3a) e aos demais que desenhassem em uma folha. Foi feita então a coloração dos vértices deste grafo.

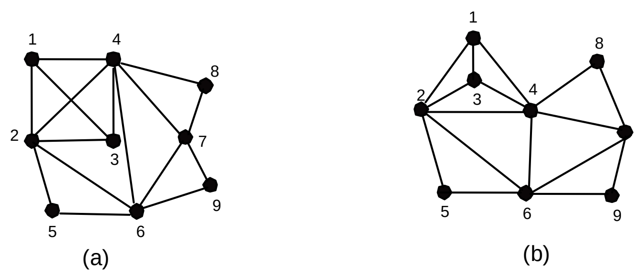


Figura 3 – Duas Representações gráficas do Grafo associado ao Mapa 3.

Uma nova representação do grafo foi desenhada na lousa por uma das professoras, desta vez planar (Figura 3b). Apresentamos então o porquê do número mínimo de cores necessárias para colorir cada um dos mapas, e seu respectivo grafo, ser diferente. Ou seja, no Mapa 1 existem no máximo duas regiões (vértices) mutuamente adjacentes e nos Mapas 2 e 3 existem três e quatro regiões (vértices), respectivamente, mutuamente adjacentes.

Outro conceito construído de maneira indireta, a partir da realização da Atividade 5, foi o conceito de isomorfismo (Santos *et all.*, 1995). Este conceito foi trabalhado para que os alunos concluíssem que a forma de representar graficamente o mapa (e/ou grafo associado) não é importante para a obtenção da coloração, mas sim a relação de adjacência entre as regiões (vértices).

Utilizamos a Atividade 7 (O *Problema dos Químicos*) para ilustrar que os grafos também podem ser úteis para representar outros tipos de problemas. Discutimos então com os alunos o uso de grafos para a solução do Problema dos Químicos. Foi sugerido que os vértices representassem as substâncias e haveria uma aresta entre dois vértices se estes estivessem associados a substâncias que devem ser armazenadas separadamente (Figura 4a). Assim, encontrar o menor número de salas para armazenar as substâncias é equivalente a encontrar o número cromático do grafo.

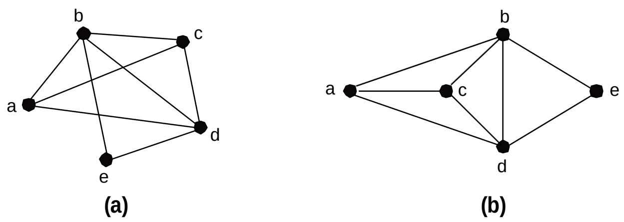


Figura 4: Representações do Problema dos Químicos através de um grafo.

Colorimos os vértices do grafo da Figura 4(a), através de sugestões feitas pela turma. Os vértices *a* e *e* receberam a mesma cor, e os demais receberam cores diferentes. Logo, uma solução do problema é armazenar as substâncias *a* e *e* na mesma sala e as demais em salas diferentes, utilizando um total de quatro salas. Redesenhamos o grafo, e definimos uma coloração diferente. Dois vértices (*c* e *e)* receberam a mesma cor e os demais uma cor diferente cada. A turma não identificou o motivo de não ser possível colorir o grafo utilizando apenas três cores. Desenhamos na lousa uma representação planar do grafo (Figura 4b) e foi então visto que existem quatro vértices mutuamente adjacentes.

O desenvolvimento dessa atividade possibilitou a apresentação de um conceito adicional: a coloração deste grafo não é única. Logo, o problema tem mais de uma solução. Assim, uma questão interessante a ser trabalhada nas aulas de combinatória, usando os princípios aditivo e multiplicativo, é: "*Dado k cores, quantas colorações existem?*". Este tópico já foi discutido por Carneiro (1995). Para concluir a oficina, pedimos a avaliação individual para os alunos (Atividade 8).

3.2 Ensino Fundamental

Na sexta série do Ensino Fundamental, grupo composto por 25 alunos, foram desenvolvidas as atividades do Bloco I, e apenas a Atividade 8 (Avaliação Final) do Bloco II. O processo foi similar ao descrito para o Ensino Médio. Destacaremos apenas alguns pontos interessantes que diferenciam os dois grupos. O grupo foi dividido em 12 duplas e um aluno voluntário trabalhou individualmente.

Na realização da Atividade 1, após obtida uma coloração do Mapa 1 (que foi livre), eliminamos as tachinhas de uma das cores usadas e a dupla investigou se era possível uma coloração usando apenas as cores restantes. Esse exercício foi realizado até a dupla determinar o número mínimo de cores necessárias para colorir o mapa. Esta condução da atividade, diferente da oficina no grupo do Ensino Médio, foi necessária porque o grupo da sexta série teve mais dificuldade em entender o problema. Assim foi necessária uma investigação inicial passo a passo. Com os Mapas 2 e 3 a atividade foi desenvolvida da mesma forma que no Ensino Médio.

Outra dificuldade encontrada por esse grupo de alunos foi na realização da Atividade 3 (Problema da Herança). Mesmo com o auxílio das professoras, a resposta do problema não foi encontrada, exceto por uma dupla.

A professora de Matemática da turma pediu aos alunos uma atividade extra: Colorir o mapa do Brasil utilizando no máximo quatro cores. O segundo bloco da oficina não foi realizado nesta turma, por falta de tempo e maturidade do grupo.

4. Considerações Finais

Através do questionário (Atividade 2) e a avaliação individual da oficina pedida aos alunos (Atividade 8), pudemos analisar a oficina e avaliar o desenvolvimento das atividades trabalhadas, o tempo utilizado e também o interesse dos alunos de acordo com cada grupo (2ª série do Ensino Médio e 6ª série do Ensino Fundamental).

De modo geral, as duas oficinas de ensino realizadas na E.E. Pio X foram produtivas e permitiram analisar o modo como os alunos de diferentes faixas etárias se comportam diante da aprendizagem de conteúdos extracurriculares. A turma da 2ª série do Ensino Médio teve um aproveitamento melhor das atividades propostas do que os alunos da 6ª série do Ensino Fundamental. O grupo do Ensino Médio, por ser mais maduro em conteúdo matemático, participou das atividades da oficina de forma mais ativa, possibilitando a construção dos conteúdos que foram trabalhados.

Uma falha na construção da primeira atividade proposta (Atividade 1) foi que o primeiro mapa proposto para coloração (Mapa 1) tem seis regiões, e o conjunto de tachinhas continha apenas cinco cores distintas. Isto induz de certa forma o aluno a pensar que pelo menos uma cor terá que ser repetida. Porém, a primeira coloração do mapa deve ser livre, e assim a possibilidade da "pior" coloração (utilizando uma cor para cada região) não acontece. Outra questão que deve ser revista é o tempo de duração das atividades dentro de cada bloco. Analisando apenas as atividades do Bloco I, que foi a trabalhada nas duas oficinas, consideramos que para a turma da 2ª série do Ensino Médio 50 minutos é mais que suficiente. No entanto, para o desenvolvimento das atividades com a turma da 6ª série do Ensino Fundamental, uma hora-aula é insuficiente.

Durante a realização das oficinas, conseguimos passar a idéia da importância de estratégias para a resolução de problemas e, também como devemos rever o processo de solução do problema quando a resposta não é obtida, ou seja, nem sempre começar de novo é o melhor caminho. Maiores detalhes sobre as atividades propostas e o desenvolvimento da oficina podem ser obtidos em Lozano (2007).

Agradecimentos: Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CNPq, FAPESP e SEE-SP.

Referências Bibliográficas

BOAVENTURA, P. O. (2003) Grafos: Teoria, Modelos, Algoritmos, Edgard Blücher Ltda, São Paulo.

BOAVENTURA, P.O. & JURKIEWICZ, S. (2009) Grafos: introdução e prática. Edgard Blücher Ltda, São Paulo.

CARNEIRO, V.C. (1995) Colorindo mapas, RPM 29, São Paulo, 31-34.

CASEY, N. & FELLOWS, M. (2010) MegaMath. Disponível em: <http://www.ccs3.lanl.gov/mega-math/write.html> ou <http://wwwc3.lanl.gov/mega-math/> Acesso em: 29/06/2010.

CULBERSON, J. (2010) Graph Coloring Page. Disponível em: <web.cs.ualberta.ca/~joe/Coloring>. Acesso em: 29/06/2010.

DIMACS (2010). DCI - The DIMACS Connect Institute. Disponível em: <dimacs.rutgers.edu/dci>. Acesso em: 29/06/2010.

JURKIEWICZ, S. & LEVENTHAL, G. (2004) Oficinas de matemática discreta no ensino médio. Livro de Resumos do ERMAC - Algebraic Graph Theory Journey, Rio de Janeiro.

JURKIEWICZ, S. (2002) Matemática discreta em sala de aula. História e Tecnologia no Ensino de Matemática, v1, 115–161. Carvalho, L. M.; Guimarães, L. C. (org.), IME-UERJ, Rio de Janeiro.

LIMA, E.L. (1988) Alguns problemas clássicos sobre grafos. RPM 12, São Paulo, 36-42.

LOZANO, D. (2007) Modelagem Matemática e Aplicações do Problema de Coloração em Grafos. Dissertação de Mestrado em Matemática Aplicada da UNESP, São José do Rio Preto.

MORGADO et all. (1991) Análise Combinatória e Probabilidades. SBM, Rio de Janeiro, 1516, 27- 28.

PITOMBEIRA, J.B. (1987) O problema, das ligações de água, luz e telefone: uma aplicação da fórmula, de Euler. RPM 11, São Paulo, 9-16.

SIMÕES, M. & LIMA, M. (1999) Teoria dos grafos: Apoio ao professor de matemática. Ministério da Educação de Portugal. Disponível em: <http://sitio.dgidc.min-edu.pt/matematica/paginas/actividadespropostasporprofessores.aspx>. Acesso em: 13/08/2007.

SANTOS, P. et all. (1995) Introdução à Análise Combinatória. Editora da UNICAMP, Campinas, 246-248.

TAVARES, C.S. & Brito, F.R.M. (2005) Contando a história da contagem, RPM 57, São Paulo, 33-40.

WILSON, R. J. (1996) Introduction to Graph Theory, 4 ed. Longman.

ANEXO I - Conceitos de Teoria dos Grafos

Os conceitos e definições a seguir podem ser vistos em mais detalhes consultando, por exemplo, as referências Boaventura e Jurkiewicz (2009), Boaventura (2003), Santos *et all.* (1995) e Wilson (1996).

*Um **Grafo,** representado por G(V,A), é uma estrutura composta por dois conjuntos V e A. O conjunto V é finito e não-vazio, e seus elementos são chamados de vértices. Os elementos do conjunto A são pares não-ordenados de elementos distintos de V, chamados de arestas.*

Um grafo pode ser visualizado graficamente através de um diagrama (Figura 5), onde os vértices são representados por pontos distintos do plano e as arestas por linhas unindo dois desses pontos.

V = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 }

A = { (1,2), (1,6), (2,3), (2,5), (3,4), (3,6), (5,6) }

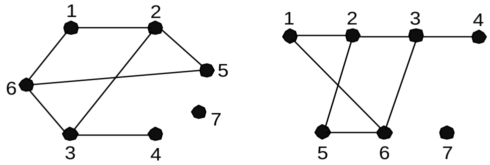


Figura 5: Exemplo de duas representações para um mesmo grafo G(V,A).

Dizemos que dois ***vértices*** são ***adjacentes*** quando são extremidades de uma mesma aresta. Se $e = (v_1, v_2)$ é uma aresta, então v_1 e v_2 são vértices adjacentes. Um exemplo de vértices adjacentes são os vértices 3 e 4 do grafo da Figura 5, já os vértices 1 e 5 deste mesmo grafo não são adjacentes. Temos que *e* e *w* são ***arestas paralelas*** se possuem as mesmas extremidades (vértices 3 e 4 da Figura 6).

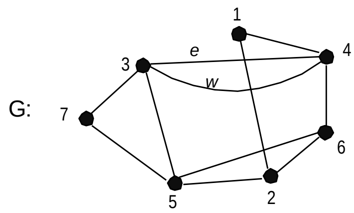
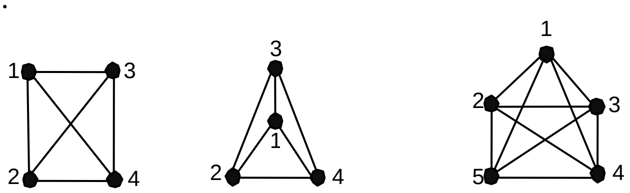


Figura 6: Grafo onde encontramos exemplos de arestas paralelas.

Um grafo é ***simples*** se não possuir arestas paralelas, e é dito um ***grafo completo*** se existe uma aresta entre cada par de vértices. O grafo completo com n vértices é denotado por K_n. Um grafo que pode ser desenhado em um plano sem qualquer cruzamento entre arestas é chamado de ***grafo planar.*** Note, pela Figura 7, que o grafo completo K_4 é um exemplo de grafo planar, já o K_5 não é um grafo planar.



K_4 K_5

Figura 7: Exemplos de grafo completo, K_4 e K_5.

Um ***percurso*** entre dois vértices é uma seqüência finita de vértice e arestas, tal que cada aresta aparece apenas uma vez. Se no percurso não há repetição de vértices, ele será chamado de ***caminho***. Exemplos de percurso e caminho podem ser encontrados na Figura 8, onde a seqüência de vértices {2, *(2,6)*, 6, *(6.4)*, 4,*(4,3)*, 3, (3,1), 1, *(1,4)*, 4, *(4,5)*, 5} representa um *percurso* em *G*, e {2, (2,6), 6, (6,4), 4, (4,5), 5} um *caminho* entre os vértice 2 e 5.

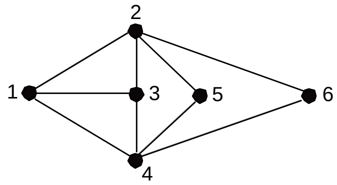


Figura 8: Grafo onde encontramos exemplos de percurso e caminho.

Um grafo é dito ***conexo*** se existir pelo menos um caminho entre cada par de vértices, senão é dito ***desconexo***. O grafo da Figura 8 é um exemplo de grafo conexo.

Seja G um grafo simples conexo. Se a cada vértice de G puder ser atribuída uma cor, dentre k cores, tal que vértices adjacentes recebam cores diferentes, dizemos que G é ***k-colorível*** e que temos uma ***coloração*** de G. O ***número cromático*** de um grafo G, $\chi(G)$, é o menor número de cores necessárias para obter uma coloração de G.

O ***Problema de Coloração em Grafos*** é definido como o problema de encontrar o menor número de cores, $\chi(G)$, tal que G possui uma $\chi(G)$-coloração. O grafo da Figura 9 possui uma 3-coloração.

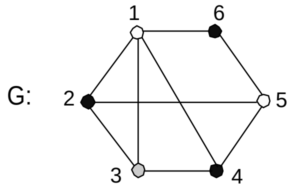


Figura 9: Exemplo de uma 3-coloração de *G*.

O ***Teorema das Quatro Cores*** pode ser enunciado como: Todo mapa desenhado em um plano (grafo planar), pode ser colorido com no máximo quatro cores, sem que regiões com fronteira comum (vértices adjacentes) recebam a mesma cor.