

PLANEJAMENTO DO TRANSPORTE COLETIVO URBANO CONSIDERANDO AJUSTES NA TABELA DE HORÁRIOS E JANELAS DE TEMPO¹

Monize Sâmara Visentini^{a*}, Olinto César Bassi de Araújo^b
Alberto Francisco Kummer Neto^c

^a Programa de Pós-Graduação em Desenvolvimento e Políticas Públicas
Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS, Cerro Largo-RS, Brasil

^b Colégio Técnico Industrial de Santa Maria
Universidade Federal de Santa Maria - UFSM, Santa Maria-RS, Brasil

^c Instituto de Informática
Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, Porto Alegre-RS, Brasil

Recebido 10/04/2018, aceito 11/03/2019

RESUMO

Propõe-se, neste trabalho, um modelo de otimização linear inteira para resolver o problema de escalonamento de veículos com frota heterogênea e múltiplas garagens. São desenvolvidas duas abordagens capazes de promover mudanças em uma tabela de horários já existente. A primeira, por meio da aplicação de janelas de tempo, permite atrasar algumas viagens, buscando sincronizações. A segunda possibilita a redistribuição da demanda de passageiros entre viagens com rotas compatíveis. Ambas as abordagens podem ser experimentadas através de um resolvidor *web*, descrito neste estudo. Realizaram-se testes computacionais com instâncias de 500 e 1000 viagens, considerando cinco diferentes cenários. Cada cenário foi composto por três conjuntos de garagens e três conjuntos de frotas. Os resultados indicam que as abordagens combinadas podem gerar economias de até 8% nos custos do escalonamento dos veículos. Os resultados mais impactantes sugerem o agrupamento de, aproximadamente, 25 viagens e um tempo médio de sincronização por janelas de tempo de 7 minutos para as instâncias de 1000 viagens.

Palavras-chave: Frota heterogênea, Múltiplas garagens, Janelas de tempo.

ABSTRACT

We propose a linear integer optimization model, to solve the multi-depot vehicle-type scheduling problem. We develop two approaches to find changes to an existing timetable. The first one relies on time windows to enable flow backward on time and allow synchronization among trips. The second one enables the redistribution of passenger demand between compatible routes. Both approaches are available for evaluation through an online web solver, described in this paper. The computational tests were performed on instances with 500 and 1000 trips and six different scenarios. Each scenario was composed of up to three sets of depots and three fleet compositions. Results indicate that the combination of both approaches got savings up to 8 % on vehicle scheduling cost. The best results suggest that grouping around 25 trips of the timetable and a total average time of synchronization by time windows up to 7 minutes, for instances with 1000 trips.

Keywords: Heterogeneous fleet, Multiple-depot, Time windows.

* Autor para correspondência. E-mail: monize.visentini@uffs.edau.br

DOI: 10.4322/PODes.2019.003

¹Todos os autores assumem a responsabilidade pelo conteúdo do artigo.

1. Introdução

Com o aumento da população nos centros urbanos, a demanda por transporte também tem se tornado cada vez maior. Como resultado, observa-se um crescimento acelerado do tráfego nas cidades, o que cria problemas de mobilidade urbana como congestionamentos, acidentes, poluição do ar e sonora (Farahani et al., 2013). Uma forma de mitigar esses problemas é aumentar a eficiência do sistema de transporte público.

Na implementação dessas melhorias, deve-se considerar quatro etapas de planejamento do transporte público (De Leone et al., 2011): a tabela de horários, o escalonamento de veículos, o escalonamento da tripulação e a rotação da tripulação. Na elaboração da tabela de horários, a frequência das linhas e os horários de partida e chegada das viagens são definidos; no escalonamento de veículos, cada viagem é atribuída a um veículo; e nos planejamentos de tripulação, os motoristas são direcionados aos veículos e às viagens.

O desenvolvimento da tabela de horários tem como objetivo definir os horários de cada linha, a fim de assegurar que a demanda de passageiros seja atendida. A demanda varia ao longo do dia, dos dias da semana e das estações do ano, refletindo em questões econômicas no planejamento do transporte público. Ceder (2015) ressalta que propostas alternativas de tabela de horários devem ser desenvolvidas, acompanhando a oscilação da demanda e oferecendo serviços aceitáveis aos passageiros, que incluem características como tempo de espera e preço acessíveis, conforto e disponibilidade de assentos nos ônibus.

Diante disso, este trabalho apresenta uma proposta de resolução do problema de planejamento de transporte coletivo na qual é permitido realizar ajustes nas tabelas de horários já existentes (Guihaire e Hao, 2008), a partir da resolução do escalonamento dos diferentes tipos de ônibus em circulação (frota heterogênea). A motivação deriva da realidade do sistema de transporte público brasileiro, no qual os horários de partida dos ônibus são irregulares (*irregular headways*) e há picos de demanda em determinados momentos do dia. Neste contexto, muitas vezes, o planejador escalona veículos com itinerários iguais e com poucos minutos de diferença nos horários de partida das viagens, não sendo incomum que passageiros esperem no ponto de ônibus pelo primeiro veículo que passar dentro de uma determinada janela de tempo, e não por um ônibus em específico.

Ao considerar a frota heterogênea e uma demanda conhecida para um determinado intervalo de tempo, surge a possibilidade de designar veículos com maior capacidade para atender a demanda e eliminar algumas viagens que antes eram realizadas com veículos menores. Esse procedimento pode levar a economia no custo total do sistema e impactar muito pouco, ou até mesmo não impactar, na qualidade do serviço se o intervalo de tempo definido for pequeno, usualmente poucos minutos.

Outra possibilidade que surge em um sistema de transporte público, no qual a configuração inclui frota de ônibus heterogênea e horários de partida irregulares, diz respeito a alteração do horário de partida de algumas viagens em alguns minutos dentro de uma janela de tempo, proporcionando maior compatibilidade entre viagens. Nesse caso, novamente, um intervalo de tempo de poucos minutos não impacta na percepção da qualidade do serviço por parte do usuário.

Em específico, o problema abordado corresponde a um problema de escalonamento de veículos com frota heterogênea e múltiplas garagens (MDVTSP, do inglês *multiple-depot vehicle-type scheduling problem*) com objetivo de minimizar o número total de veículos e custos operacionais, com restrições de janela de tempo e agrupamento de viagens. Estas restrições possibilitam ajustes em uma tabela de horários previamente estabelecida de modo a melhor aproveitar os diferentes tipos de ônibus disponíveis ou uma possível renovação da frota, sem acarretar degradação no nível do serviço oferecido.

A partir desta perspectiva, apresenta-se uma extensão do modelo proposto por Kliewer et al. (2002) para o MDVTSP, que tem por base uma estrutura de rede tempo-espço. O modelo estendido permite pequenos ajustes na tabela de horários a partir da inclusão de restrições referentes a janela de tempo e agrupamento de viagens em um intervalo de tempo com demanda conhecida. A rede tempo-espço é apresentada na Seção 3, a formulação proposta neste trabalho é detalhada na Seção 4 e resultados computacionais são analisados na Seção 5.

Para tornar mais prática a aplicação do modelo e das abordagens propostas, na Seção 6 detalha-se uma interface web através da qual é possível que um usuário inclua dados da uma frota de ônibus e solucione o problema de escalonamento de veículos com frota heterogênea e múltiplas garagens. A ferramenta está disponibilizada gratuitamente e oferece aos interessados a oportunidade de verificar sugestões de escalonamento de ônibus com diferentes capacidades, a partir da modelagem matemática proposta. A interface permite uma maior aproximação entre os responsáveis pela gestão dos transportes e a otimização, tarefa dificilmente operacionalizada, tendo em vista a complexidade envolvida na compreensão da modelagem matemática e da sua programação (Santos e Munari, 2017; Marinho et al., 2018). Espera-se que a divulgação desta ferramenta, ainda que em estágio inicial, seja um fator motivador para o seu uso, possibilitando a realização de testes com instâncias reais, e a proposição de melhorias por parte daqueles que por ela se interessarem. A ideia do desenvolvimento desta interface é promover o suporte para o planejamento operacional do sistema de transporte público coletivo, contribuindo para o desenvolvimento das atividades e procedimentos que visam o bem estar dos passageiros e a redução dos custos de operação.

2. Revisão de Literatura

A flutuação da demanda é um dos problemas mais frequentes e difíceis com que a gestão operacional das empresas de transportes públicos lidam (Semeida, 2014), sendo relevante o desenvolvimento de metodologias eficientes de escalonamento de veículos, que suportem o atendimento aos passageiros com qualidade e prontidão. Sun et al. (2015) destacam que determinar um intervalo de tempo apropriado para cada linha de ônibus é o método principal para se lidar com esse problema e uma das formas de se obter êxito nesta programação é coordenar o escalonamento de veículos de diferentes capacidades à sazonalidade da demanda.

Dentre os trabalhos mais recentes encontrados na literatura, tem-se abordagens que resolvem os problemas de geração da tabela de horários e de escalonamento de veículos de modo parcialmente integrado (Guihaire e Hao, 2008; van den Heuvel et al., 2008; Fournier, 2010; Petersen et al., 2013) e de modo integrado (Guihaire e Hao, 2010; Ibarra-Rojas et al., 2014). Entretanto, boa parte desses trabalhos assume que todos os veículos da rede são idênticos em termos de capacidade de passageiros e, muitas vezes, consideram as características de atendimento aos usuários como fator secundário (Sun et al., 2015; Liu et al., 2017).

Utilizando um procedimento heurístico, Ceder (2011a,b) resolve um problema que busca a construção de tabelas de horários alternativas conforme a demanda de passageiros, definindo os diferentes tipos de veículos que podem atendê-las. Posteriormente, Ceder et al. (2013) ampliam esta abordagem, resolvendo dois objetivos simultâneos: (i) minimizar o tempo de espera dos passageiros nos terminais e (ii) minimizar a diferença entre o número de passageiros observados e desejados em cada ônibus. Para tanto, duas heurísticas foram desenvolvidas e testadas em instâncias de Auckland, Nova Zelândia, indicando bons resultados em termos de redução no tempo de espera dos passageiros e melhor aproveitamento dos veículos. Tais abordagens, entretanto, só podem ser aplicadas a linhas de ônibus individuais, ou seja, não consideram rotas interligadas ou um conjunto de linhas.

Mais recentemente, Sun et al. (2015) propõem um procedimento heurístico construtivo para resolver o problema integrado de otimização da tabela de horários e da frota heterogênea, utilizando três tipos de ônibus de diferentes capacidades. Neste procedimento, geram-se as viagens da tabela de horários de maneira a atender a demanda distribuída em um horizonte de tempo, considerando-se um parâmetro de lotação máxima permitida das capacidades dos veículos da solução e tempos mínimos e máximos de espera dos passageiros nos terminais. Testes computacionais realizados com dados do sistema de transporte de Xangai consideram as flutuações da demanda durante os horários de pico e fora de pico. Um dos principais resultados do estudo indica significativa economia quando se pode flexibilizar a tabela de horários durante o escalonamento dos veículos, principalmente na

existência de veículos com diferentes capacidades para atender a demanda fluante.

É nesta direção que se propõe o modelo de otimização linear inteiro desta investigação, que visa escalonar uma frota heterogênea considerando modificações em uma tabela de horários já existente. Ao modelo proposto adicionam-se múltiplas garagens, uma característica importante do sistemas de transporte público e que, por deixar o problema ainda mais complexo, é menos explorada pela literatura do que o problema de garagem única. Em ampla revisão da literatura acerca do planejamento do transporte de ônibus, Ibarra-Rojas et al. (2015) destacam apenas três trabalhos que tratam do problema integrado da geração da tabela de horários com o escalonamento da frota heterogênea de veículos e múltiplas garagens (Zhi-gang e Jin-sheng, 2007; van den Heuvel et al., 2008; Petersen et al., 2013), o que evidencia a elevada dificuldade na obtenção de soluções computacionais para o problema integrado com essas características.

Conforme definido por Pepin et al. (2009), problemas de escalonamento de veículos consistem em estabelecer uma atribuição de veículos às viagens de uma tabela de horários, minimizando-se o número de veículos utilizados e os custos de operação envolvidos. Em sua instância mais simples, o problema de escalonamento pode ser resolvido com o emprego de algoritmos de caminho mínimo de tempo polinomial (Kleinberg e Tardos, 2006). A variante estudada por Pepin et al. (2009) trata de um problema de maior valor prático que inclui ao problema de escalonamento o suporte a múltiplas garagens limitadas (MDVSP, do inglês *multiple-depot vehicle scheduling problem*). Essa modificação é suficiente para configurar um problema de fluxo *multicommodity*, que é reconhecidamente NP-Difícil (Carpaneto et al., 1989).

O modelo matemático de fluxo *multicommodity* de Pepin et al. (2009) foi originalmente concebido para um grafo de fluxo de conexões (Carpaneto et al., 1989). A abordagem deste trabalho considera um modelo de fluxo diferente, o que demandou algumas modificações no modelo matemático da literatura (Pepin et al., 2009). A principal mudança reflete na troca de domínio das variáveis de decisão do problema de maneira a modelar a transitividade de arcos da rede-tempo espaço, que será abordada com detalhe na Seção 3. Além disso, adicionaram-se três novos conjuntos de restrição ao problema, uma referente a abordagem de agrupamento de viagens e outras duas referentes a janelas de tempo, que serão detalhadas na Seção 4.

3. A Estrutura da Rede Tempo-Espaço

Por questões de complexidade computacional, problemas de escalonamento de veículos são tipicamente modelados por meio de um grafo de fluxo, no qual todas as sequências factíveis das viagens de uma tabela de horários são representadas implicitamente. Por essa razão, o problema tratado neste trabalho foi modelado por meio da estrutura de rede tempo-espaço (TSN), introduzida para o escalonamento de veículos por Kliewer et al. (2002), competitiva à rede baseada em conexões por apresentar substancialmente menor número de arcos (Steinzen et al., 2010; Visentini, 2014).

Tal estrutura de rede é construída usando-se as informações da tabela de horários de entrada do problema e denota todas as sequências de viagens compatíveis por meio de arcos entre os vértices da rede, conforme os horários de início e término das viagens da tabela de horários e os tempos de deslocamento de uma matriz de distâncias.

Uma TSN é representada por um grafo direcionado $G = (N, A)$, em que N representa o conjunto de nós e A o conjunto de arcos. Cada nó $j \in N$ é único, e está associado a (s_j) , que pode ser um terminal ou garagem, e (t_j) , um horário do dia. Cada arco é representado por uma tupla $(i, j) \in A$, que conecta um nó de origem $i \in N$ a um nó de destino $j \in N$. Por questões de nomenclatura, o conjunto A é descrito como a união de outros seis subconjuntos, definidos como:

- A_{se} é o conjunto dos arcos de serviço, utilizados para conectar dois nós compatíveis da rede, com o objetivo de atender a demanda de uma viagem da tabela de horários;
- A_{wait} é o conjunto dos arcos de espera, que indicam a permanência de um veículo em um terminal ou garagem até o momento de início de uma nova operação. Em um arco de espera o veículo encontra-se, efetivamente, parado;

- A_{dh} é o conjunto dos arcos *deadhead*, que são utilizados para modelar a conexão entre nós de terminais distintos. Um arco de *deadhead* conecta dois nós, respeitando o tempo da matriz de deslocamento entre o terminal do nó de origem e o terminal do nó de destino. Note que um *deadhead* indica o deslocamento de um veículo sem nenhum passageiro a bordo, algo que também é conhecido como “viagem expressa”;

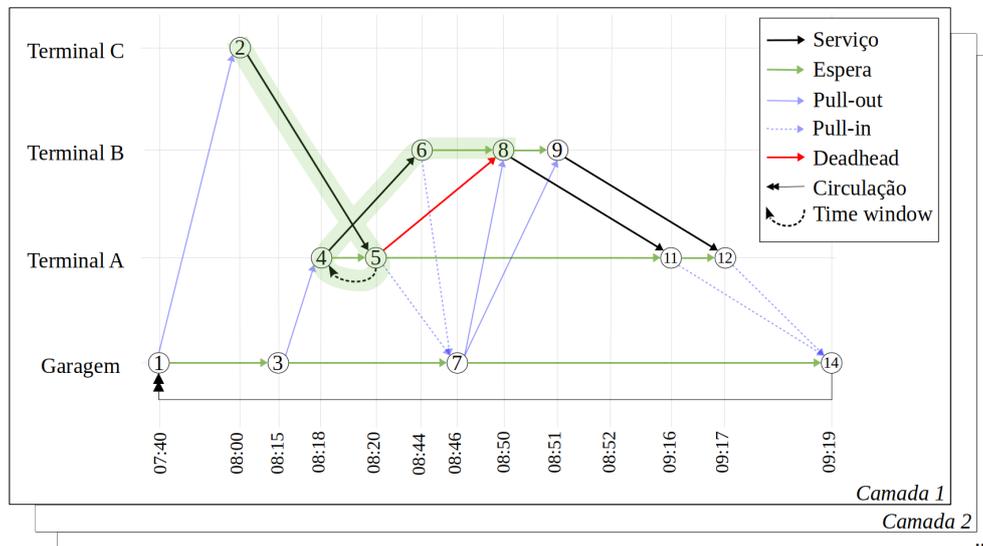
- A_{pin} e A_{pout} são o conjunto, respectivamente, dos arcos *pull-in* e *pull-out*, inseridos quando um veículo parte de um terminal em direção à garagem e da garagem em direção a um terminal. Arcos de *pull-in* conectam o fim de cada viagem de serviço à garagem, analogamente arcos de *pull-out* conectam a garagem a cada início de uma viagem de serviço;

- A_c é o conjunto dos arcos de circulação e contém, efetivamente, apenas um arco. Supõe-se que uma tabela de horário contém todas as viagens que devem ser operadas em um dia, e portanto, a quantidade de fluxo presente no arco de circulação indica o número mínimo de veículos necessários para as operações diárias de um sistema de transporte.

Por fim, $A = A \cup \{A_{tw}\}$ incorpora à definição da literatura para a TSN o conjunto A_{tw} dos arcos de janela de tempo, referentes a abordagem de inserção de janelas de tempo proposta neste trabalho, discutida em detalhe na Seção 4.

Quando consideradas múltiplas garagens e frota heterogênea, pressupõe-se a existência de várias TSN (“camadas” da Figura 1). Embora o MDVTSP seja um problema NP-difícil que apresenta um problema de fluxo *multicommodity* (Bertossi et al., 1987; van den Heuvel et al., 2008), parte dos arcos são comuns a todas as camadas da rede, como é o caso dos arcos de serviço, A_{se} . Os demais conjuntos de arcos podem variar conforme os tempos de deslocamento (tipicamente o caso dos conjuntos A_{pin} e A_{pout} , em decorrência dos tempos distintos de deslocamento entre as garagens e os terminais) e a factibilidade de conexão (alguns tipos de veículos, por conta de seu tamanho, demandam tempos maiores de operação, por exemplo).

Figura 1: Exemplo de rede tempo-espço para o problema MDVTSP.



Fonte: Elaborado pelos autores.

A Figura 1 exemplifica uma rede tempo-espço que representa uma tabela de horários com 4 viagens, a saber: itinerário C–A, das 08:00 às 08:20; itinerário A–B, das 08:18 às 08:44; itinerário B–A, das 08:50 às 09:16; e itinerário B–A, das 08:51 às 09:17. Note a representação simplificada do itinerário das viagens, que consideram somente o primeiro e último terminal de cada itinerário existente e ignora os terminais intermediários. Considerando os arcos da primeira camada da rede, uma possível solução para essa instância do problema utiliza dois veículos, em que o primeiro perfaz a sequência de arcos $v_1 = [(1, 2), (2, 5), (5, 8), (8, 11), (11, 14), (14, 1)]$ e o outro veículo executa $v_2 = [(1, 3), (3, 4), (4, 6), (6, 8), (8, 9), (9, 12), (12, 14), (14, 1)]$.

4. Abordagens Propostas e Formulação Matemática

Fez-se uso de duas abordagens para, simultaneamente, reduzir o número de veículos escalonados e readequar a tabela de horários à demanda de passageiros. A primeira recai sobre a implementação de arcos de janelas de tempo à estrutura da TSN, adicionando-os entre duas viagens de serviço com chegada e partida em um mesmo terminal, desde que essas viagens estejam tão próximas quanto a janela de tempo definida (parâmetro T_{tw}). A inclusão de janelas de tempo permite a inserção de pequenos atrasos no horário de operação de algumas viagens, explorando a latência inerente do tráfego urbano para a obtenção de sequência de viagens otimizadas.

Exemplificando, para um T_{tw} de no máximo 2 minutos, o arco de janela de tempo da Figura 1 possibilita uma nova sequência de viagens por meio da sincronização de duas viagens (arcos (2, 5) e (4, 6)), modificando sutilmente a tabela de horários. Tal sincronismo pode minimizar o número de veículos escalonados, reduzir o número de viagens expressas, e ainda minimizar o tempo de espera dos veículos nos terminais e nas garagens, acarretando em menores custos operacionais. Ainda, para esse exemplo, os horários de início e término da viagem (4,6) seriam implicitamente atrasados em dois minutos. Em compensação, o veículo que opera essa viagem é forçado a executar a espera do arco (6,8), o que evita a propagação de atrasos para as demais viagens da tabela de horários.

Já a segunda abordagem explora diretamente a demanda das viagens e a frota heterogênea e permite a redistribuição da demanda de passageiros entre viagens compatíveis. A ideia central de implementação desta abordagem consiste na enumeração dos intervalos de agrupamento de viagens com mesmo itinerário e próximas no tempo, de maneira que a primeira e a última viagem de cada intervalo distem entre si, no máximo, T_{Δ} minutos. Para um T_{Δ} de no máximo 2 minutos, a Figura 1 indica a possibilidade de agrupamento entre duas viagens (arcos (8,11) e (9,12)). Suponha que ambas as viagens do intervalo apresentam demanda de 24 passageiros e que exista os tipos de veículo de 25 e 50 lugares. Nessas condições, as viagens poderiam ser realizadas por um veículo de 50 lugares ou dois veículos de 25 lugares, escalonando-se a frota heterogênea para atender pelo menos o somatório da demanda das viagens do intervalo (48 lugares).

Por se tratar o MDVTSP com janelas de tempo e viagens agregadas de um problema de fluxo *multicommodity*, considera-se K o conjunto das garagens e F o conjunto dos tipos de veículos, sendo que cada garagem $k \in K$ e veículo de tipo $f \in F$ tem uma TSN própria, representada pelo grafo $G^{kf} = (N^{kf}, A^{kf})$. Cada tipo de veículo possui uma capacidade nominal de transporte de passageiros, representada pelo parâmetro p^{kf} . De maneira semelhante, cada arco de serviço $(i, j) \in A_{se}^{kf}$ possui uma demanda conhecida d_{ij} . Para um certo valor de parâmetro T_{Δ} , L é o conjunto que contém todos os intervalos para agrupamento de viagens, construídos em uma etapa de pré-processamento. Para cada intervalo de agrupamento $l \in L$, tem-se em A_{se}^l os arcos de serviço que pertencem ao intervalo, que apresenta uma demanda total de $d_l = \sum_{(i,j) \in A_{se}^l} d_{ij}$. Arcos de serviço que não ocorrem em nenhum intervalo de agrupamento são reunidos no conjunto \hat{A}_{se} . Por fim, as variáveis de decisão $x_{ij}^{kf} \in \mathbb{N}$ indicam o número de veículos de tipo $f \in F$ escalonados para a execução do arco $(i, j) \in A^{kf}$ na garagem $k \in K$. O modelo matemático que formaliza o problema tratado é definido por:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{f \in F} \sum_{(i,j) \in A^{kf}} c_{ij}^{kf} x_{ij}^{kf} \quad (1)$$

s. a.

$$\sum_{(i,j) \in A^{kf}} x_{ij}^{kf} - \sum_{(j,l) \in A^{kf}} x_{jl}^{kf} = 0 \quad \forall k \in K, \forall f \in F, \forall j \in N^{kf} \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{f \in F} \sum_{(i,j) \in A_{se}^{kf}} p^{kf} x_{ij}^{kf} \geq d_l \quad \forall l \in L \quad (3)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{f \in F} x_{ij}^{kf} = 1 \quad \forall (i, j) \in \hat{A}_{se} \quad (4)$$

$$x_{ij}^{kf} = 0 \quad \forall k \in K, \forall f \in F, \quad \forall (i, j) \in \hat{A}_{se} : d_{ij} > p^{kf} \quad (5)$$

$$x_{hi}^{kf} \leq x_{ij}^{kf} \quad \forall (h, i) \in A_{tw}^{kf}, \forall (i, j) \in A_{se}, \quad \forall k \in K, \forall f \in F \quad (6)$$

$$x_{hi}^{kf} \leq x_{jl}^{kf} \quad \forall (h, i) \in A_{tw}^{kf}, \forall (j, l) \in A_{wait}^{kf}, \quad \forall (i, j) \in A_{se}, \forall k \in K, \forall f \in F \quad (7)$$

$$x_{ij}^{kf} \leq 1 \quad \forall k \in K, \forall f \in F, \forall (i, j) \in A_{se} \quad (8)$$

$$x_{ij}^{kf} \in \mathbb{N} \quad \forall k \in K, \forall f \in F, \forall (i, j) \in A^{kf} \quad (9)$$

A função objetivo (1) é definida em termos do coeficiente de custo c_{ij}^{kf} , conforme apresentado pela equação (10) e visa reduzir o número de veículos escalonados, bem como os custos envolvidos em sua operação. A restrição (2) garante a conservação de fluxo no modelo de rede. As restrições (3 – 5) garantem o atendimento da demanda nas viagens de serviço. As restrições (6 – 7) indicam que o uso de um arco de janela de tempo está sujeito ao cumprimento da sequência de viagens de serviço sincronizadas (arcos (2,5) e (4,6) da Figura 1), seguidas de uma espera nos terminais de, pelo menos, T_{tw} minutos (arco (6,8)). A restrição (8) garante que um arco de serviço tenha, no máximo, uma unidade de fluxo. Por fim, a restrição (9) indica o domínio das variáveis de decisão do modelo.

$$c_{ij}^{kf} = c^{kf} * \begin{cases} 250 & \forall (i, j) \in A_{pout}^{kf} \cup A_{pin}^{kf} \\ 10^6 & \forall (i, j) \in A_c^{kf} \\ 2000 & \forall (i, j) \in A_{tw}^{kf} \\ 10 * (t_j - t_i) & \forall (i, j) \in A_{se}^{kf} \\ 8 * (t_j - t_i) & \forall (i, j) \in A_{dh}^{kf} \\ 1 * (t_j - t_i) & \forall (i, j) \in A_{wait}^{kf}, s_i = s_j \neq k \\ 0 * (t_j - t_i) & \forall (i, j) \in A_{wait}^{kf}, s_i = s_j = k \end{cases} \quad (10)$$

A definição dos custos foi baseada na indicação de Steinzen et al. (2010) e Kliewer et al. (2012), considerando como principal objetivo minimizar o número total dos veículos utilizados e como objetivo secundário minimizar os custos operacionais. Para tanto, os custos fixos de uso de cada veículo são elevados e os custos variáveis apresentam valores mais baixos. Detalhadamente, o alto custo dos coeficientes dos arcos de circulação levam a soluções nas quais o número de veículos empregados na execução da tabela de horários é minimizado. A mesma estratégia é empregada com arcos de janelas de tempo, que têm seu uso condicionado à redução do número de veículos escalonados. Custos altos para a saída e a entrada de veículos na garagem visam a redução do consumo de combustível em viagens sem passageiros. Arcos de serviço, de viagem expressa e de espera são penalizados conforme o horizonte de tempo em que incidem, t_i e t_j . Por fim, arcos de espera na garagem, por serem isentos de deslocamento, não são penalizados.

5. Resultados Computacionais

Os testes computacionais foram executados em um PC *multicore* Intel i5 4440S (2,80 GHz) e 8 GB de RAM, com o resolvidor comercial CPLEX 12.7.1.0, por meio da linguagem de programação C++. Foram geradas instâncias aleatórias de 500 e 1000 viagens e 10 terminais para embarque e desembarque, conforme Carpaneto et al. (1989), e seguiu-se a metodologia de Guedes e Borenstein

(2015) para a simulação das demandas da tabela de horários. Os cenários testados correspondem a 2, 4 e 8 garagens, todas com a mesma composição de frota. Os parâmetros utilizados nos testes correspondem a $T_{tw} = \{0, 1, 2\}$ minutos e $T_{\Delta} = \{0, 1, 3\}$ minutos. Foram geradas cinco instâncias para cada cenário de garagens e número de viagens, e a média dos resultados das mesmas indicam o resultado de cada configuração de instância, sendo utilizadas, ao todo, 30 instâncias. Ao total, considerando as diferentes configurações (T_{tw} - T_{Δ}) das abordagens apresentadas, 270 testes foram executados nos experimentos computacionais.

Na Tabela 1 estão expressas as características dos 9 tipos de veículos utilizados (Tipo), suas respectivas capacidades (p_f) e coeficientes de custo (c^{kf}). Os testes foram realizados com três configurações de frota. Para a Frota 1, estão disponíveis veículos com 3 diferentes capacidades: veículos tipo 3, tipo 5 e tipo 9. Para a Frota 2, tem-se veículos com 7 distintas capacidades e, para a Frota 3, tem-se veículos com 9 diferentes capacidades. A composição de veículos de cada uma das frotas é demarcada com um “x” na Tabela 1.

Tabela 1: Características dos tipos de veículos utilizados.

Tipo	p_f	c^{kf}	Frota 1	Frota 2	Frota 3
1	32	0,4			x
2	70	0,8		x	x
3	84	1,0	x	x	x
4	96	1,2		x	x
5	120	1,4	x	x	x
6	140	1,5		x	x
7	162	1,8		x	x
8	180	2,2			x
9	210	2,6	x	x	x

Fonte: Elaborado pelos autores.

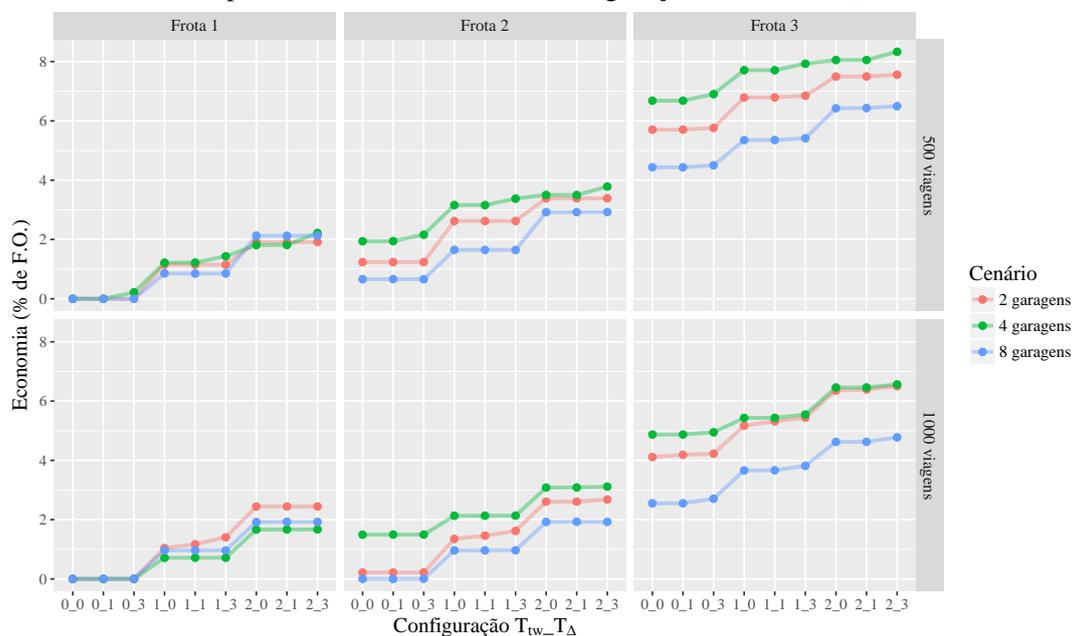
Para cada teste, fixou-se o limite de tempo de execução do resolvidor em 2 horas e cerca de 1% dos testes executados excederam esse limite. Na Figura 2 são expressos os resultados na economia da Função Objetivo (F.O.) em relação à solução gerada pela Frota 1, com $T_{tw} = 0$ e $T_{\Delta} = 0$, em relação as diversas configurações de parâmetros T_{tw} e T_{Δ} experimentados, conforme expresso no eixo horizontal do gráfico.

A Figura 2 indica uma redução de custos da F.O. de até 8% para 500 viagens e configuração mais impactante à tabela de horários. É notável que sincronizações mais longas ($T_{tw} = 2$) e intervalos maiores ($T_{\Delta} = 3$) de agrupamento de viagens geram economias mais expressivas no custo total de operação do escalonamento dos veículos. Entretanto, considerando a dinâmica do sistema de trânsito – incluem-se aqui pistas de ônibus e mistas, congestionamentos, quebras de veículos, tempos para embarque e desembarque de passageiros, etc – a modificação dos horários previstos na tabela torna-se, na prática, pouco perceptível por parte dos passageiros. Este é um dos benefícios dessas abordagens, que proporcionam redução do número de veículos, buscando manter a qualidade no atendimento aos passageiros. Além disso, pode-se obter uma distribuição mais barata do fluxo de veículos escalonados, executando-se menos viagens expressas e esperas nos terminais, que demandam gastos de combustível e tripulação.

Utilizou-se um teste de Friedman (com blocos) para identificar se os diferentes valores de parâmetros (T_{tw} e T_{Δ}) possibilitam resultados significativos em termos de distintas soluções (F.O.). Com p -value $< 0,01$ o teste se mostrou significativo, rejeitando a hipótese nula de que parâmetros distintos levam a soluções de mesmo custo. A partir desta constatação, submeteu-se os resultados a um teste T pareado, aceitando-se a hipótese nula (p -value $> 0,05$) de que não há diferença na economia percentual de F.O. quando $T_{tw} = 0$ e há variação em T_{Δ} . O que se observa é a diferença nos ganhos percentuais com o emprego da abordagem de janelas de tempo, sendo a hipótese nula

rejeitada (p -value $< 0,01$) quando os valores de $T_{tw} > 0$. Portanto, pode-se concluir que para as instâncias testadas há a redução de custos de escalonamento dos veículos quando se utiliza a abordagem de janelas de tempo.

Figura 2: Porcentagem de economia para soluções do MDVTSP comparando-se ao cenário com 3 tipos de veículos (Frota 1) e configuração $T_{tw} = 0$ e $T_{\Delta} = 0$.



Fonte: Elaborado pelos autores.

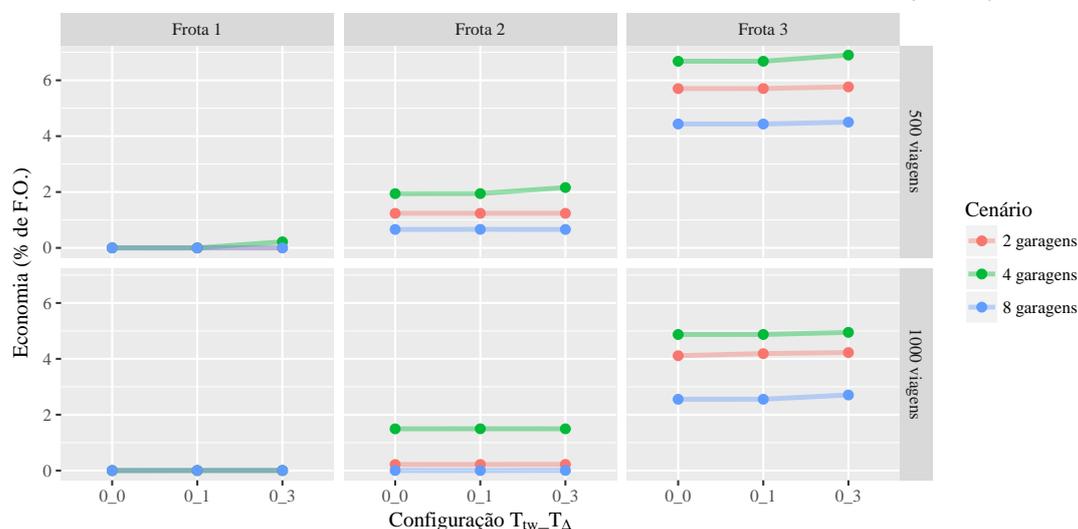
Embora a abordagem de janelas de tempo domine a redução percentual dos custos quando comparada à abordagem de agrupamento de viagens, esta última se mostra mais atrativa quando o número de viagens aumenta. Para as instâncias de 1000 viagens, o teste T pareado, indicou que para $T_{\Delta} = 3$ e $T_{tw} = 0$ há reduções significativas (p -value $\leq 0,05$) no valor da F.O. Na Figura 3 apresentam-se cenários considerando exclusivamente a abordagem de agrupamento de viagens, demonstrando economias ainda maiores quando se aumentam os tipos de veículos da frota heterogênea (p -value $\leq 0,01$).

Com uma maior densidade de viagens, como é o caso do sistema de transporte público de cidades de médio e grande porte, tem-se mais possibilidades de agrupamento de viagens próximas no tempo. Um possível exemplo ocorre em alguns momentos do dia, quando há mais passageiros nos terminais do que a capacidade de um único veículo. Nessa situação, ao se utilizar a frota homogênea, mais de um ônibus se faz necessário para atender a demanda, sendo geradas viagens de mesmo itinerários com tempos de partida próximos na tabela de horários. Em situações como esta, ao se aliar a utilização da frota heterogênea e a abordagem de agrupamento de viagens, obtém-se ganhos significativos em termos de redução de custos de transporte, incluindo combustível, gastos com tripulação e redução do número de veículos em circulação. O diferencial dessa abordagem é a utilização explícita da demanda para redefinir a tabela de horários e escalonar os veículos. Isso porque, a tabela de horários é construída com base na demanda histórica ou na flutuação da demanda. Ao escalonar diferentes tipos de veículos, conforme variação da demanda, há maior flexibilidade para o planejamento das atividades de transporte.

A análise em distintos cenários, possibilitada pela abordagem de agrupamento de viagens, permite ao decisor das empresas de transporte uma forma rápida de verificar possíveis impactos decorrentes da mudança na composição da frota, sem a necessidade de ajuste direto da tabela de horários. Para a renovação da frota, a partir da oferta de um rol de tipos de veículos, pode-se

adquirir aqueles mais ajustados à demanda histórica conhecida. Percebeu-se, pelos testes realizados neste estudo, que quanto maior a variação dos tipos de veículos, maior a redução dos custos de escalonamento (Figura 3).

Figura 3: Porcentagem de economia para soluções do MDVTSP comparando-se ao cenário com 3 tipos de veículos (Frota 1) e configuração $T_{tw} = 0$ e $T_{\Delta} = \{0, 1, 3\}$.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Nas Figuras 2 e 3 percebe-se que há ganho percentual em termos de F.O. quando se usa uma composição de frota mais diversificada. Entretanto, tais ganhos não refletem necessariamente no número de veículos utilizados no escalonamento, mas sim na seleção mais econômica das quantidades de cada tipo de ônibus em circulação. Na Tabela 2 exemplifica-se esta situação para cada configuração (Conf. $T_{tw}-T_{\Delta}$), sendo $\#V$ o número médio total de veículos escalonados, T_{segs} o tempo total médio, em segundos, para a obtenção das soluções ótimas, *Agrup.* o número total médio de viagens agrupadas e *TW* o número total médio de janelas de tempo aplicadas.

Observando-se os totais de veículos apresentados na Tabela 2, nota-se a prevalência da estratégia combinada de janelas de tempo e agrupamento de viagens na obtenção das soluções com os menores números de veículos. Para as instâncias com 500 viagens, a configuração $T_{tw} = 2$ e $T_{\Delta} = 3$ apresenta os resultados mais econômicos e utiliza até 5,30% veículos a menos do que a melhor solução com $T_{tw} = 0$, e 4,55% veículos a menos do que a melhor solução com $T_{\Delta} = 0$, para o cenário com 8 garagens e 9 tipos de veículos. As economias são ainda mais expressivas para as instâncias com 1000 viagens, nas quais a configuração $T_{tw} = 1$ e $T_{\Delta} = 3$ apresenta economias de até 6,15% e 12,50% comparando-se, respectivamente, às melhores soluções com $T_{tw} = 0$ e $T_{\Delta} = 0$.

Ambas as abordagens fizeram poucas modificações na tabela de horários. Para as instâncias com 500 viagens, foram agrupadas em média 6 viagens, e realizados, aproximadamente, 4,8 minutos de ajustes nos horários de partida, por uso dos arcos de janela de tempo. Para 1000 viagens, a tabela de horários mais alterada teve, em média, 25,4 viagens eliminadas e um tempo médio de sincronização por janelas de tempo de 7 minutos.

Tanto o uso de janelas de tempo quanto dos agrupamentos de viagens refletem em uma maior média dos tempos de processamento do resolvidor. Para ambos os conjuntos de instâncias, os tempos computacionais foram até 1,9 vezes o tempo para solução do MDVTSP com $T_{tw} = 0$ e $T_{\Delta} = 0$. Vale notar que parte do acréscimo de tempo é decorrente do aumento do conjunto dos tipos de veículos disponíveis. A média dos tempos para 500 viagens, $T_{tw} = 0$ e $T_{\Delta} = 0$, por exemplo, é 20 vezes maior no cenário com 9 tipos de veículos do que no cenário com 3 tipos. Similarmente, os tempos para solução escalam progressivamente em cenários que dispõem de um maior número de garagens.

Tabela 2: Média dos resultados considerando cenário com 8 garagens e 3 composições de frota. Configurações com o menor número de veículos escalonados estão sublinhadas. †indica soluções cujo número de veículos é maior, mas a F.O. é menor; ‡indica uma média de resultados cujo alguma instância passou do tempo limite; §indica que ambas as situações anteriores ocorreram.

500 viagens												
Conf.	Frota 1				Frota 2				Frota 3			
	# V	T _{segs}	Agrup.	TW	# V	T _{segs}	Agrup.	TW	# V	T _{segs}	Agrup.	TW
0_0	57,00	38,40	0,00	0,00	57,00	90,23	0,00	0,00	56,80	1170,82	0,00	0,00
0_1	56,80	47,37	2,60	0,00	55,00	134,11	2,20	0,00	†55,60	662,41	1,80	0,00
0_3	57,00	48,71	5,80	0,00	55,40	157,24	6,20	0,00	†56,50	208,03	5,75	0,00
1_0	56,60	43,05	0,00	0,40	56,60	113,07	0,00	1,20	55,20	341,97	0,00	1,60
1_1	56,60	44,44	2,80	0,40	<u>54,80</u>	161,68	2,60	1,20	54,60	716,17	3,00	1,60
1_3	56,60	34,86	5,40	0,40	55,60	132,54	5,60	1,20	‡54,80	1130,80	6,60	1,60
2_0	56,00	48,56	0,00	1,20	56,00	88,18	0,00	2,00	56,00	1076,14	0,00	2,40
2_1	55,80	56,55	2,80	1,20	†56,00	163,93	2,00	2,00	55,60	1435,89	2,60	2,40
2_3	56,00	41,81	5,00	1,20	55,20	170,61	6,00	2,00	<u>52,80</u>	799,72	5,80	2,40
1000 viagens												
0_0	97,40	2183,64	0,00	0,00	97,40	2349,40	0,00	0,00	‡94,00	3866,86	0,00	0,00
0_1	96,40	2246,58	10,00	0,00	†96,60	2998,61	11,60	0,00	§102,67	3774,08	13,67	0,00
0_3	97,40	1153,63	22,60	0,00	97,25	1285,58	23,75	0,00	§102,00	3310,31	22,50	0,00
1_0	97,00	1615,67	0,00	0,40	§98,50	4295,18	0,00	0,50	§97,33	4785,28	0,00	1,33
1_1	96,20	1458,05	10,60	0,40	§96,67	1930,96	13,33	0,33	§97,00	3454,00	11,67	1,33
1_3	96,00	1505,99	25,80	0,40	‡95,80	1926,86	25,20	0,40	‡90,75	3700,47	24,75	1,00
2_0	95,80	1453,09	0,00	1,80	95,80	2446,74	0,00	2,40	§96,33	2227,56	0,00	3,00
2_1	94,80	1548,82	10,40	1,80	94,80	2748,10	11,40	2,40	§95,75	3348,00	12,00	2,50
2_3	95,20	1450,06	23,00	1,80	<u>94,40</u>	2899,11	25,40	2,40	§92,25	3536,39	25,25	3,50

Fonte: Elaborado pelos autores.

6. Interface Web para Aplicação do Modelo

Para facilitar a utilização do modelo matemático proposto neste artigo em instâncias reais, foi desenvolvida e disponibilizada gratuitamente uma interface web que possibilita o escalonamento de uma frota heterogênea de veículos ajustando a tabela de horários vigente ao uso desta frota. A interface está disponível no endereço <http://oca.ctism.ufsm.br/~fapergs-mdvtsp/> e possui o objetivo principal de possibilitar a obtenção rápida da programação ótima de veículos no contexto de transporte público municipal. Como esta é uma ferramenta para fins acadêmicos, cabe ressaltar que alguns ajustes podem ser necessários em se tratando de sua utilização para fins práticos, no que tange o planejamento do transporte público.

Visto que a implementação do modelo matemático faz uso de um software de otimização que tipicamente demanda muitos recursos computacionais (elevado consumo de memória e longos tempos de processamento), o número de sessões simultâneas suportadas pela interface web é limitada a apenas um cliente por vez. Caso dois ou mais acessos simultâneos sejam detectados, uma mensagem é exibida na interface *web*, sugerindo que o usuário tente novamente em alguns minutos.

Nesta primeira versão, o resolvidor disponível por meio da interface web permite, além de resolver o problema de programação da frota, a realização de ajustes na tabela de horários com o objetivo de melhor aproveitar a circulação dos veículos dentro do perímetro urbano. As duas abordagens de ajustes da tabela de horários estão incluídas na interface: janelas de tempo e agrupamento de viagens.

Para a utilização do resolvidor web são necessárias a efetivação de 6 etapas, que devem ser realizadas nessa sequência:

- 1- Informações básicas
- 2- Informações da frota
- 3- Tempos de deslocamento

- 4- Tabela de horários
- 5- Parâmetros de otimização
- 6- Resolvedor automático

A fim de exemplificar o seu funcionamento, na sequência serão detalhadas cada uma dessas etapas, considerando uma pequena instância aleatória.

Na etapa **1- Informações básicas** deve-se informar as garagens nas quais os veículos são armazenados. Como o problema trata múltiplas garagens, é necessário identificar cada uma delas, assinalando a opção "é garagem". Além disso, deve-se informar os terminais, classificando e adicionando-os no resolvedor (neste caso não se deve assinalar a opção "é garagem"). A Figura 4 exemplifica a inserção de dados para uma instância com 2 garagens (G1 e G2) e 3 terminais (T1, T2 e T3).

Figura 4: Exemplo de inserção de dados na Etapa 1 do resolvedor web.

#	Nome	É garagem	
	<input type="text"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="button" value="Incluir"/>
1	G1	✓	<input type="button" value="🗑"/>
2	G2	✓	<input type="button" value="🗑"/>
3	T1	✗	<input type="button" value="🗑"/>
4	T2	✗	<input type="button" value="🗑"/>
5	T3	✗	<input type="button" value="🗑"/>

Fonte: Elaborado pelos autores.

Na sequência, na etapa **2- Informações da Frota**, devem ser descritas as características da frota disponível, considerando o nome/tipo do veículo, a sua capacidade (número de passageiros que comporta), bem como o coeficiente de custo de sua utilização, que representa o valor de c^{kf} da Equação 10. Na Figura 5 pode-se visualizar a inclusão de dois tipos de veículos, o primeiro com capacidade de 80 passageiros e coeficiente de custo 0.6, e outro com capacidade para 141 passageiros e coeficiente de custo de 1.0.

Figura 5: Exemplo de inserção de dados na Etapa 2 do resolvedor web.

#	Nome	Capacidade (p^f)	Coef. de custo (c^{kf})	
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text" value="Por exemplo, 1,0"/>	<input type="button" value="Incluir"/>
1	Ônibus C-80	80	0.6	<input type="button" value="🗑"/>
2	Ônibus C-141	141	1	<input type="button" value="🗑"/>

Fonte: Elaborado pelos autores.

Na etapa **3- Tempos de deslocamento**, deve-se detalhar os tempos de viagem entre terminais e garagens. É necessário que seja padronizada a medida de tempo utilizada, como por exemplo, minutos. A Figura 6 detalha os tempos de deslocamento para a instância teste. Perceba que há distâncias indicadas com tempo -1 entre as garagens. Este artifício indica que não é possível deslocar um veículo da origem para o destino. Por efeito, um ônibus não pode se destinar de uma garagem para outra.

Figura 6: Exemplo de inserção de dados na Etapa 3 do resolvedor web.

	G1	G2	T1	T2	T3
G1	-1	-1	30	31	45
G2	-1	-1	38	56	13
T1	30	38	-1	12	8
T2	31	54	26	-1	14
T3	39	22	33	14	-1

Fonte: Elaborado pelos autores.

Na etapa **4- Tabela de horários**, estrutura-se a tabela de horários atual, indicando os horários e terminais de partida e chegada e a demanda histórica média da viagem. Na Figura 7 pode-se visualizar esta estrutura de dados de entrada.

Figura 7: Exemplo de inserção de dados na Etapa 4 do resolvedor web.

#	Horário de partida	Horário de chegada	Origem	Destino	Demanda	
	<input type="text"/>	Incluir				
1	07:01	07:21	T1	T2	30	
2	07:02	07:22	T1	T2	20	
3	07:21	07:41	T3	T2	45	
4	07:00	07:20	T1	T2	38	

Fonte: Elaborado pelos autores.

Os parâmetros de T_{Δ} e T_{tw} são inseridos na etapa **5- Parâmetros de otimização**. Cada um deles deve ser definido, em minutos. Caso opte-se por não utilizar as abordagens de otimização da tabela de horários, deixa-se estes parâmetros definidos em zero (0), conforme exemplo da Figura 8. Ao clicar nas interrogações inseridas ao lado de cada um dos parâmetros, o usuário tem uma breve descrição do objetivo de cada uma das abordagens, a fim de facilitar o seu entendimento acerca do problema a que se está tratando.

Definidos estes parâmetros, na etapa **6- Resolvedor automático** resume-se à resolução do problema. São disponíveis três opções ao usuário: "Iniciar Resolvedor", para obter a solução do problema; "baixar instância" para salvar os dados inseridos no resolvedor; e "carregar instância" para ler uma instância já utilizada e salva anteriormente. As duas últimas opções possibilitam ao usuário a automatização do processo de inserção de dados no resolvedor, facilitando a sua utilização. A solução é disponibilizada ao usuário em tela, mas ele possui a opção de salvar o arquivo em formato JSON (Notação de Objetos Javascript). Para a pequena instância testada, na Figura 9 exibe-se o resultado.

Esta solução indica que dois veículos foram utilizados, um denominado "Ônibus C-80" e o outro "Ônibus C-141", ambos saindo da garagem "G2". Os tempos de espera nos terminais (t_{esp}), de viagens pull-in/out (t_{pullin} e $t_{pullout}$, respectivamente), de viagens expressas ($t_{deadhead}$) e de viagens de serviço (t_{svc}) também são disponibilizados no relatório de saída. O relatório também trás a lista de intervalos de agrupamento gerados, destacando as viagens que foram agrupadas em vermelho e as viagens mantidas na tabela de horários em preto. No exemplo da Figura 9, o intervalo de agrupamento entre 07:00 e 07:02 contém 3 viagens, das quais somente uma foi executada, com uma demanda de 88 passageiros, justificando o emprego de um veículo de 141 lugares.

Figura 8: Exemplo de inserção de dados na Etapa 5 do resolvedor web.

Parâmetros de otimização

Incluir os parâmetros solicitados, se estes forem de interesse do decisor.

Parâmetro de duração máxima dos intervalos de agrupamento: (em minutos) 

Parâmetro de tamanho máximo de janelas de tempo: (em minutos) 

Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 9: Exemplo de exibição de solução do problema (Etapa 6).

 Visualização da solução ×

Veículo Ônibus C-80				
Garagem G2				
t_esp: 00:00, t_pullin: 00:54, t_pullout: 00:59, t_deadhead: 00:00, t_svc: 00:20				
07:21	07:41	T3	T2	45

Veículo Ônibus C-141				
Garagem G2				
t_esp: 00:00, t_pullin: 01:15, t_pullout: 00:38, t_deadhead: 00:00, t_svc: 00:20				
07:00	07:20	T1	T2	38

Intervalo de agrupamento 1 (07:00 até 07:02)				
H. Início	H. Fim	Origem	Dest.	Exec.
07:00	07:20	T1	T2	✓
07:01	07:21	T1	T2	✗
07:02	07:22	T1	T2	✗

📄 Salvar solução...
✕ Fechar

Fonte: Elaborado pelos autores.

7. Considerações Finais

A minimização dos custos operacionais de uma frota heterogênea, considerando alterações na tabela de horários, impacta diretamente na qualidade da viagem oferecida aos passageiros e

nas características do trânsito urbano. As duas abordagens apresentadas neste trabalho refletiram que, com ajustes sutis na tabela de horários, com baixo número de viagens agrupadas e poucos minutos de atrasos de arcos janelas de tempo, é possível obter reduções significativas de custos sem necessariamente degradar a qualidade do serviço. Este resultado pode ser impactante no planejamento do transporte, tendo em vista que tais economias giram em torno de milhões de reais.

Os resultados discutidos reafirmam o quão difícil de solução é o MDVTSP, demandando tempo de resolução computacional elevado, mesmo para instâncias razoavelmente pequenas, como é o caso das testadas com 500 e 1000 viagens. Esta característica é acentuada com o uso das duas abordagens detalhadas na Seção 4, que incluem restrições adicionais no modelo de fluxo *multicommodity*.

Importante salientar que divulgar mudanças na tabela de horários não é uma tarefa rápida, havendo a necessidade de tramitar em várias esferas da administração pública previamente à sua publicação. A aplicação das abordagens sugeridas neste trabalho proporciona uma análise mais rápida da nova tabela de horários, pois incluem-se apenas ajustes pontuais. O mesmo fato torna-se relevante aos usuários, visto que esperam um comportamento homogêneo e determinístico da tabela de horários para todos os dias da semana, e uma mudança brusca e sem causa aparente tende a ser um transtorno para os passageiros.

Ademais, também foi apresentado neste trabalho um resolvidor web para o modelo tratado. O intuito deste resolvidor gratuito é possibilitar testes com instâncias reais, a fim de verificar a adequação da abordagem ao contexto diário das operações de transporte público. Com interface de fácil manuseio e compreensão por parte dos usuários, espera-se contribuir para a aplicação da otimização nas tarefas rotineiras de gestão. Além disso, esta ferramenta poderá ser utilizada por acadêmicos, como ponto de partida de resolução do problema de escalonamento de veículos, utilizando os resultados como entrada na resolução dos problemas sequenciais a este no planejamento do transporte público. A interface web também suporta comunicação de dados por meio de XML, que viabiliza a simples interação com outros sistemas que os usuários venham a utilizar.

De modo geral, os resultados discutidos demonstraram que as abordagens são úteis e relevantes ao planejamento do transporte público. Entretanto, a programação matemática fica limitada à aplicação em instâncias de pequeno porte, impossibilitando o uso do solver para testes em sistemas de transporte público reais de cidades grandes. Assim, em pesquisas futuras, tem-se a intenção de, a partir do contato com empresas e concessionárias de transporte público, realizar testes tanto da aplicabilidade das abordagens para instâncias reais de grande porte, quanto da funcionalidade do resolvidor disponível a partir da interface web. Nesta mesma direção, para a resolução de instâncias de tamanhos reais, já se vislumbra o desenvolvimento de um método heurístico que possibilite a obtenção de bons resultados.

Agradecimentos. Os autores agradecem ao apoio financeiro do CNPq e do Estado do Rio Grande do Sul, por intermédio da FAPERGS, Processo Nº.: 16/2551-0000235-5. O terceiro autor também agradece a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão da bolsa de doutorado.

Referências

- Bertossi, A. A., Carraresi, P. e Gallo, G. On some matching problems arising in vehicle scheduling models. *Networks*, v. 17, n. 3, p. 271–281, 1987.
- Carpaneto, G., Dell’Amico, M., Fischetti, M. e Toth, P. A branch and bound algorithm for the multiple depot vehicle scheduling problem. *Networks*, v. 19, n. 5, p. 531–548, 1989.
- Ceder, A. Optimal multi-vehicle type transit timetabling and vehicle scheduling. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, v. 20, p. 19–30, 2011a.

- Ceder, A. Public-transport vehicle scheduling with multi vehicle type. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, v. 19, n. 3, p. 485–497, 2011b.
- Ceder, A. *Public Transit Planning and Operation: Modeling, Practice and Behavior*. Boca Raton: Florida, Taylor & Francis Group, 2015.
- Ceder, A., Hassold, S. e Dano, B. Approaching even-load and even-headway transit timetables using different bus sizes. *Public Transport*, v. 5, n. 3, p. 193–217, 2013.
- De Leone, R., Festa, P. e Marchitto, E. Solving a bus driver scheduling problem with randomized multistart heuristics. *International Transactions in Operational Research*, v. 18, n. 6, p. 707–727, 2011.
- Farahani, R. Z., Miandoabchi, E., Szeto, W. Y. e Rashidi, H. A review of urban transportation network design problems. *European Journal of Operational Research*, v. 229, n. 2, p. 281–302, 2013.
- Fournier, S. Dedicated heuristic for a back-and-forth single-line bus trip timetabling problem. In: *Anais do XLII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Bento Gonçalves-RS*. SOBRAPO, 2010. p. 1387–1397.
- Guedes, P. C. e Borenstein, D. Column generation based heuristic framework for the multiple-depot vehicle type scheduling problem. *Computers & Industrial Engineering*, v. 90, p. 361–370, 2015.
- Guihaire, V. e Hao, J.-K. Transit network re-timetabling and vehicle scheduling. In: *Proceedings of the 2nd International Conference on Modeling, Computation and Optimization in Information Systems and Management Sciences*. Berlin, Heidelberg. Springer, 2008. p. 135–144.
- Guihaire, V. e Hao, J. K. Transit network timetabling and vehicle assignment for regulating authorities. *Computers & Industrial Engineering*, v. 59, n. 1, p. 16–23, 2010.
- Ibarra-Rojas, O., Delgado, F., Giesen, R. e Muñoz, J. Planning, operation, and control of bus transport systems: A literature review. *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 77, p. 38–75, 2015.
- Ibarra-Rojas, O., Giesen, R. e Rio-Solis, Y. An integrated approach for timetabling and vehicle scheduling problems to analyze the trade-off between level of service and operating costs of transit networks. *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 70, p. 35–46, 2014.
- Kleinberg, J. e Tardos, E. *Algorithm design*. Pearson Education, 2006.
- Kliwer, N., Amberg, B. e Amberg, B. Multiple depot vehicle and crew scheduling with time windows for scheduled trips. *Public Transport*, v. 3, n. 3, p. 213–244, 2012.
- Kliwer, N., Mellouli, T. e Suhl, L. A new-solution model for multi-depot multi-vehicle-type vehicle scheduling in (sub)urban public transport. In: *Proceedings of the 13th Mini-EURO Conference and the 9th meeting of the EURO working group on transportation*. Bari, Italy. Technical University of Bari, 2002. p. 604–609.
- Liu, M., Li, Y., Zheng, F. e Chu, F. Integration of Timetabling, Multi-type Vehicle Scheduling and User Routing in Public Transit Network considering Fuel Consumption. In: *Proceedings of the 7th International Conference on Industrial Engineering and Systems Management (IESM 2017)*. Saarbrücken, Germany, 2017.
- Marinho, F., Munari, P., Moreno, A. e Alem, D. Uma ferramenta baseada em otimização para apoiar decisões de preparação e resposta em logística humanitária. *Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento*, v. 10, n. 2, p. 70–92, 2018.

- Pepin, A.-S., Desaulniers, G., Hertz, A. e Huisman, D. A comparison of five heuristics for the multiple depot vehicle scheduling problem. *Journal of Scheduling*, v. 12, n. 1, p. 17–30, 2009.
- Petersen, H., Larsen, A., Madsen, O., Petersen, B. e Ropke, S. The simultaneous vehicle scheduling and passenger service problem. *Transportation Science*, v. 47, n. 4, p. 603–616, 2013.
- Santos, F. A. N. e Munari, P. Otimização do agrupamento de ordens e roteirização de coleta: Um estudo de caso em um armazém de e-Commerce. *Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento*, v. 9, n. 2, p. 62–81, 2017.
- Semeida, A. M. Derivation of travel demand forecasting models for low population areas: the case of Port Said Governorate, North East Egypt. *Journal of Traffic and Transportation Engineering (English Edition)*, v. 1, n. 3, p. 196–208, 2014.
- Steinzen, I., Gintner, V., Suhl, L. e Kliewer, N. A time-space network approach for the integrated vehicle and crew scheduling problem with multiple depots. *Transportation Science*, v. 44, n. 3, p. 367–382, 2010.
- Sun, D., Xu, Y. e Peng, Z.-R. Timetable optimization for single bus line based on hybrid vehicle size model. *Journal of Traffic and Transportation Engineering (English Edition)*, v. 2, n. 3, p. 179 – 186, 2015.
- van den Heuvel, A. P. R., van den Akker, J. M. e van Kooten Niekerk, M. E. *Integrating timetabling and vehicle scheduling in public bus transportation*. Technical Report UU-CS-2008-003, Department of Information and Computing Sciences, Utrecht University, The Netherlands, 2008.
- Visentini, M. S. *Novas abordagens para a resolução integrada dos problemas de geração da tabela de horários e de escalonamento de veículos com frota heterogênea*. 164f. Tese (Doutorado em Administração) Escola de Administração, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre-RS, 2014.
- Zhi-gang, L. e Jin-sheng, S. Regional bus operation bi-level programming model integrating timetabling and vehicle scheduling. *Systems Engineering - Theory & Practice*, v. 27, n. 11, p. 135–141, 2007.