

PROGRAMAÇÃO LINEAR COMO FERRAMENTA DE APOIO A GESTÃO DE CUSTOS: UM ESTUDO DE CASO EM UMA INDÚSTRIA DE USINAGEM

Taciana Mareth

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
tacianamareth@yahoo.com.br

Eliane Suely Everling Paim

Universidade de Cruz Alta
elianespaim@gmail.com

Luciana Paim Pieniz

Universidade de Cruz Alta
lpieniz@unicruz.edu.br

Fabiane Santos Erthal

Universidade de Cruz Alta
fabiert@hotmail.com

Resumo

O objetivo deste trabalho foi apresentar, através da programação linear, um modelo de gestão de produção, em que o gestor possa simular cenários, a partir do cálculo da margem de contribuição e lucro líquido, melhorando o processo de tomada de decisão. Para tanto, foi efetuado um estudo, em que se propôs maximizar a margem de contribuição e o lucro, levando em consideração uma gama de limitações, para gerar o volume de produção ideal e apontar os desperdícios de recursos escassos. A presente pesquisa é classificada como aplicada e quantitativa. Após a coleta, os dados foram analisados conforme as metodologias de custos e, posteriormente, construiu-se os modelos de Programação Linear (PL). Sendo assim, este trabalho contribuiu para a empresa em estudo, por desenvolver um diferenciado sistema de otimização de custos, resultando em maior segurança para a tomada de decisão.

Palavras-chave: Gestão de custos. Margem de contribuição. Programação linear.

Abstract

The objective of this work is to propose a linear programming model for managing production in a production management model in which the administrator could simulate scenarios derived from the contribution margin and the net profit in a way to improve the decision making process. For such purpose a case study was conducted to maximize the contribution margin and the profit, taking into account the restricted resources, to search for the ideal production and to point out the wastes of scarce resources. The present study might be classified both as applied and quantitative research. After collecting the data, these have been analyzed according to the cost methodologies and, subsequently, the LP model was developed. This study has contributed to the company since this unique system of cost optimization brought more confidence for the decision making process.

Keywords: Costs management. Marginal Profit. Linear programming.

1. Introdução

O tema central apresentado pelo artigo é a utilização da programação linear como ferramenta de apoio à decisão na gestão de custos de produção em uma indústria de peças usinadas para máquinas agrícolas. Este tema originou-se a partir do questionamento da validade dos dados de custos apurados a partir do modelo do sistema de Custeio por Absorção (modelo contabilmente utilizado no Brasil) para tomada de decisão, comparado aos obtidos pelo custeio variável (modelo da margem de contribuição) e sua interferência na composição do lucro final da empresa.

No sistema de custeio por absorção, os custos totais são atribuídos aos produtos e com estes permanecem em estoque até serem comercializados. Na lógica defendida pelo sistema de custeio variável (ou custeio direto), os custos são tratados de forma diferenciada à medida que o sistema segrega os custos de produção em fixos e variáveis, deixando mais evidente quais os custos que se alteram de acordo com a quantidade produzida e quais não possuem e não sofrem qualquer interferência em relação ao volume produzido.

Os reflexos da utilização de ambos os métodos no lucro final das empresas são relacionados, primeiramente à formação do lucro e, não menos importante, à tomada de decisão no planejamento da utilização dos recursos da produção (matéria-prima e mão-de-obra), principalmente quando se tratam de recursos escassos ou restritos.

Este estudo tem como objetivo analisar a quantidade a ser produzida de cada produto que maximizará a margem de contribuição e o lucro, utilizando a programação linear. Além disso, foram analisados os produtos com maior índice de rentabilidade, utilizando a margem de contribuição e o lucro líquido dos referidos produtos por fator restritivo. Para tanto, construiu-se o modelo matemático correspondente ao sistema em estudo, que foi resolvido por meio do *software* Lindo®.

Na mesma linha deste estudo são encontrados estudos similares em Bodanese *et al.* (2005) e em Costa e Silva (2010). Em Bodanese *et al.* (2005) é apresentada uma metodologia chamada teoria das restrições utilizada na otimização dos recursos das empresas. O objetivo do estudo foi desenvolver um modelo de gestão de produção, em que o administrador pudesse interagir e simular cenários e, conseqüentemente, melhorar o processo de tomada de decisões. Diante disso, através dos resultados obtidos foi possível obter uma série de informações estratégicas, possibilitando escolher o melhor produto a ser fabricado, incentivar a venda dos produtos existentes, dentre outras.

No trabalho apresentado por Costa e Silva (2010), é utilizada a programação linear inteira mista para controlar a produção industrial. Ao elaborar o modelo são considerados dados de tempos de processo, produtos e equipamentos utilizados na indústria, além da demanda real. Nesse caso, também é prioridade aproveitar os recursos escassos da melhor forma.

Além desta introdução, a Seção 2 contém alguns conceitos importantes sobre gestão de custos e pesquisa operacional e a Seção 3 descreve a metodologia deste estudo. Na Seção 4 apresenta-se a síntese dos resultados e na Seção 5 algumas considerações finais.

2. Fundamentação teórica

Este tópico tem como objetivo embasar a discussão do capítulo da análise dos resultados. Para tanto, o mesmo descreve a gestão de custos, juntamente com os métodos de custeio e, em seguida a pesquisa operacional, evidenciando a programação linear.

2.1. Gestão de custos

Esta Seção apresenta os métodos de custeio por absorção e variável (direto), abordando a margem de contribuição.

2.1.1. Custeio por Absorção

Segundo Wernke (2004), o custeio por absorção e o método mais tradicional de custeio e empregado quando se deseja atribuir um valor de custos ao produto, atribuindo-lhe também uma parte dos custos indiretos. Consiste na apropriação de todos os custos de produção aos produtos, de forma direta ou indireta mediante a utilização de critérios de rateio.

Para o autor, o custeio por absorção atribui aos produtos todos os custos da área de fabricação, sejam esses definidos como custos diretos ou indiretos, ou como custos fixos ou variáveis.

Assim, devem integrar os custos dos bens ou serviços vendidos:

- a) O custo de aquisição de matérias-primas e quaisquer outros bens ou serviços aplicados ou consumidos na produção;
- b) O custo de pessoal aplicado na produção, inclusive de supervisão direta, manutenção e guarda das instalações de produção;
- c) Os custos de locação, manutenção e reparo e os encargos de depreciação dos bens aplicados na produção.

De acordo com Warren, Reeve e Fess (2006), o método do custeio por absorção determina que todos os custos sejam absorvidos pelos produtos e que assim permaneçam (no ativo) até serem comercializados. O custeio por absorção atende, basicamente, as exigências fiscais da legislação vigente.

2.1.2. Custeio Variável (direto)

Segundo Wernke (2004), a importância básica do custeio variável (direto) é a de que somente os custos que forem claramente identificados com os produtos e serviços vendidos (chamados de diretos ou variáveis) devem ser apropriados. Os demais custos necessários para manter a capacidade instalada da empresa (indiretos ou fixos) devem ser desconsiderados em termos de custo de produto.

Para o autor este método considera apenas os custos variáveis de produção e de comercialização do produto ou serviço como: matéria-prima, mão-de-obra direta, serviços de terceiros aplicados ao produto, tributos sobre vendas, comissões de vendas etc. Os demais gastos não são apropriados aos produtos fabricados.

Santos (1994) atribui vantagens e desvantagens ao custeio variável:

- a) Prioriza o aspecto gerencial, enfatizando a rentabilidade de cada produto sem as distorções ocasionadas pelos rateios de custos fixos aos produtos;
- b) Não é aceita pela legislação tributária para fins de avaliação de estoques;
- c) Não envolve rateios e critérios de distribuição de gastos, facilitando o cálculo;
- d) Exige uma estrutura de classificação rígida entre os gastos de natureza fixa e variável.

No entanto, o custeio variável é uma alternativa mais eficaz na tomada de decisões, justamente porque o referido método afasta a arbitrariedade da atribuição dos custos de produção, ou seja, à medida que é atribuído aos produtos apenas aqueles custos que efetivamente foram consumidos por ele. Entende-se que os demais custos, não relacionados à produção, não tenham, ou não sejam influenciados pelo volume de produção, conseqüentemente, podem ser classificados como despesas do período e não como custos. Finalmente, é importante lembrar que os resultados operacionais, na ausência de variações de estoque, seriam iguais nos dois métodos – custeio variável e custeio por absorção.

2.1.3. Modelo da Margem de Contribuição (MC)

O modelo da margem de contribuição é aquele que classifica os custos entre variáveis e fixos, segregando-os no demonstrativo de resultado de exercício, de modo a apresentar um

primeiro resultado, chamado Margem de Contribuição (Receita total – custos e despesas variáveis) ou lucro marginal.

Esse resultado é o que efetivamente contribui para a cobertura dos custos e despesas fixos do período e, a seguir, para a formação do lucro. O modelo permite que se distingam claramente os fatores que influenciam na formação do resultado operacional da empresa, possibilitando assim maior agilidade na tomada de decisão (GARRISON e NOREEN, 2001).

2.2. Pesquisa Operacional

Nas empresas, os gestores estão ocupando a maior parte do tempo construindo estratégias que possam fundamentar suas decisões. Para tanto, é oportuno iniciar esse tópico com a técnica de pesquisa operacional, tendo em vista a utilização da programação linear como ferramenta básica.

Conforme Arenales *et al.* (2007), na pesquisa operacional o componente científico está relacionado a ideias e processos para articular e modelar problemas de decisão, determinando os objetivos do tomador de decisão e as restrições sob as quais se deve operar. Também está relacionado a métodos matemáticos para otimizar sistemas numéricos que resultam quando se usam dados nos modelos.

Do ponto de vista gerencial, segundo Corrar e Theóphilo (2004), a pesquisa operacional fornece um conjunto de procedimentos utilizados para tratar, de maneira sistêmica, problemas que envolvem a utilização de recursos escassos. Além do mais, a economia de recursos e a experiência adquirida com a experimentação justificam a utilização da PO como um instrumento de gerenciamento.

2.2.1. Programação linear

O desenvolvimento da programação linear tem sido colocado como um dos mais importantes avanços da ciência do meio do século XX (HILLIER e LIEBERMAN, 2005, p. 25). Pizzolato e Gandolpho (2009) complementam com a observação de que sua origem tem a ver com o esforço envolvido nos quase seis anos da Segunda Guerra, onde o objetivo do grupo de especialistas não consistia em fazer guerra, mas orientar ações militares.

Os modelos de programação linear são um tipo especial de modelo de otimização, onde é abordado o problema da alocação ótima de recursos. Conforme Dantzig (1963), eles apresentam também características especiais de proporcionalidade, não-negatividade, aditividade e separabilidade.

Pode-se também abordar a classificação dos modelos pelas propriedades que os mesmos são capazes de representar. Conforme Ackoff (1974), esses modelos são divididos em três grupos. Os modelos icônicos que representam imagens da realidade e onde a escala representa uma das mais significativas diferenças entre a realidade e o modelo. O segundo grupo refere-se aos modelos analógicos que utilizam um conjunto de propriedades inerentes aos modelos para representar a realidade. E o último grupo é representado pelos modelos simbólicos que, na maioria dos casos, tomam a forma de relações lógicas ou matemáticas e são desenvolvidos de forma iterativa por aproximações.

Como em um modelo de matemático de otimização todas as funções são lineares. Conforme Goldbarg e Luna (2000), a formulação geral é apresentada a seguir:

$$\text{Otimizar } Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

s. a :

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} x_j \geq d_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, p$$

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} x_j = d_i \quad i = p + 1, p + 2, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, q$$

$$x_j \in \mathfrak{R}, \quad j = q + 1, q + 2, \dots, n$$

onde:

$M = \{1, 2, \dots, m\}$, o conjunto dos índices das restrições do problema.

$N = \{1, 2, \dots, n\}$, o conjunto dos índices das variáveis.

$M_1 \subset M$ e $N_1 \subset N$;

$A = \{a_{ij}\} \equiv$ matriz das restrições.

$a_j \equiv$ j-ésima coluna de A .

$x = (x_j), j \in N$ / vetor coluna de n componentes.

$c = (c_j), j \in N$ / vetor linha de n componentes.

$d = (d_i), i \in N$ / vetor coluna de m componentes.

E a representação matricial na forma padrão passa a ser:

$$\text{Otimizar } Z = c x$$

s.a

$$Ax = d$$

$$x \geq 0$$

Onde x é o vetor coluna de variáveis, incluindo as originais, as de folga, de excesso e as artificiais. Se x_0 indicar somente as de folga, de excesso e as artificiais, então, a solução inicial viável é dada por $x_0 = d$.

Será definido aqui que \mathfrak{F} é o conjunto de todas as soluções viáveis do modelo de programação linear na forma normal, isto é, \mathfrak{F} é o conjunto de todos os valores de x que satisfazem $Ax = d$. Importante salientar também que o espaço de soluções de um conjunto de equações lineares simultâneas é um conjunto convexo dotado de um número finito de pontos extremos. A partir desse teorema e em consequência do fato de que a intersecção de conjuntos convexos é também um conjunto convexo, segue-se que \mathfrak{F} é um conjunto convexo dotado de um número finito de pontos extremos. E a função objetivo atinge seu valor ótimo em um ponto extremo de \mathfrak{F} , desde que esse ótimo exista. Se A é de ordem $m \times n$ com $m \leq n$, então os pontos extremos de \mathfrak{F} possuem, ao menos, $m - n$ componentes nulas.

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Nesse caso, supondo que $m \leq n$ e que o posto da matriz $A = m$, o que significa que ao menos uma coleção de vetores m -dimensionais A_i é linearmente independente. Então obtém-se uma solução básica viável para (a) determinando-se $n - m$ das variáveis x iguais a zero e determinando-se a solução não negativa para as variáveis x restantes. O conjunto de variáveis, que inicialmente não são feitas iguais a zero, é chamado conjunto de variáveis básicas. Se uma ou mais variáveis básicas tomarem-se iguais a zero, a solução básica será dita degenerada e, se todas as variáveis básicas forem positivas, a solução básica será dita não degenerada.

3. Metodologia da Pesquisa

A presente pesquisa é classificada como aplicada, quantitativa e estudo de caso. Aplicada, pois serão gerados conhecimentos que, na prática, buscarão solucionar problemas específicos. Quantitativa, pois foram apurados valores de custos, apresentando também, uma simulação da margem de contribuição e do lucro líquido da empresa em estudo.

Foram coletados dados junto à empresa e tabulados para serem utilizados no presente estudo. Após a coleta, esses dados foram analisados conforme as metodologias de custos e, posteriormente, foi construído o modelo de programação linear (utilizando o *software* Lindo®) para a análise final. Classifica-se também como estudo de caso, que, de acordo com Gil (2009), é quando envolve o estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos de maneira que se permitam conhecimentos amplos e detalhados.

4. Síntese dos Resultados

Neste tópico analisa-se a gestão de custos na empresa em estudo e, posteriormente, apresenta-se o modelo de programação linear evidenciando a sua contribuição na tomada de decisão.

4.1. Apuração e Gestão de Custos

Nesta Seção é descrita a apuração e análise dos custos da indústria de usinagem em estudo. Para tanto, os custos foram identificados através dos processos produtivos e, em seguida, realizou-se a apuração e análise dos mesmos.

Na Tabela 1 evidenciam-se os oito produtos em estudo (identificados por código), os processos produtivos e o tempo de fabricação de cada um.

Tabela 1 - Tempo (em minutos) utilizado na fabricação dos produtos

Processo Produtivo/Produtos	260	376	32162	49153	29575	345	17893	42727
Cortar serra fita	0,733	1		0,73				1
Usinagem CNC	1,5	1	0,5	6,5		1,5	3,75	4,73
Usinar torno revolver	1							
Furar	1,33					1		10
Escarear furadeira	0,33							
Solda MIG			1		9			
Montagem								20
Total	4,89	2,00	1,50	7,23	9,00	2,50	3,75	35,73

Fonte: Dados da pesquisa.

Analisando os tempos de fabricação de cada produto ainda na Tabela 1, destacam-se os produtos 42727, 29575 e o 49153 com os maiores tempos, os quais representaram 54%, 14% e

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

11% do tempo total, respectivamente. A capacidade de trabalho da indústria em estudo é de 218.887,20 minutos mensais ou 3.648,12 horas, conforme dados coletados na própria empresa.

Baseado na Tabela 1 e levando em conta os custos de mão de obra para cada processo produtivo, foi calculado o valor da mão-de-obra direta para cada um dos produtos, conforme a Tabela 2.

Tabela 2: Custo com mão-de-obra direta (em R\$) por unidade

Processo Produtivo	Custo Total MOD/min	260	376	32162	49153	29575	345	17893	42727
Cortar serra fita	0,08	0,05864	0,08		0,059				0,08
Usinagem CNC	0,1	0,15	0,1	0,05	0,65		0,15	0,375	0,473
Usinar torno revolver	0,13	0,13							
Furar	0,06	0,0798					0,06		0,6
Escarear furadeira	0,06	0,0198							
Solda MIG	0,1			0,1		0,9			
Montagem	0,09								1,8
Temperar*	-					2,89		1,8	
Zincagem*	-						0,71	0,65	
Gerar dentes*	-							2,5	
Pintura*	-								10
Total	-	0,41	0,18	0,15	0,71	3,79	0,92	5,33	12,95

*Serviços terceirizados

Fonte: Dados da pesquisa.

Na Tabela 2 é evidenciado o custo total de mão-de-obra direta (MOD) para cada um dos produtos e, apesar dos produtos 42727, 29575 e 49153 necessitarem de maior tempo para fabricação, não são eles que detêm a maior parcela desse custo. Os custos mais relevantes com MOD são dos produtos 42727 e 17893, os quais representaram, 52,95% e 21,79%, respectivamente. Além disso, a empresa tem custo mensal de R\$ 6.977,76 com mão-de-obra direta, considerando o valor dos salários, da insalubridade, das provisões de 13º salário e férias e do fundo de garantia por tempo de serviço (FGTS).

Outro custo direto é a matéria-prima, que foi identificada em cada produto (Tabela 3).

Tabela 3: Custo com matéria-prima por unidade

Produtos	260	376	32162	49153	29575	345	17893	42727
Matéria-prima	Aço 30 mm	Tubo trefilado	Aço 1020 trefilado e engrenagem	Aço laminado	Aço trefilado e chapa	Aço redondo trefilado	Aço redondo laminado	Aço redondo laminado, condutor adubo, ponteira kit, tampa tubo disco de corte, suporte esquerdo e direito do disco, cubo disco de corte, disco de corte, retentor, rolamento, anel, parafuso, porca, arruela, graxeira, anel elástico
Total unitário	R\$ 2,40	R\$ 5,50	R\$ 7,38	R\$ 9,73	R\$ 17,76	R\$ 2,90	R\$ 9,73	R\$ 241,70

Fonte: Dados da pesquisa.

Os custos mais significantes com matéria-prima (MP), conforme a Tabela 3, são dos produtos 42727 e 29575, sendo que o produto 42727 é também o que detêm a maior parcela de MOD. Além disso, conforme dados da empresa, a demanda mínima de cada produto é de 50

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

unidades, exceto para o produto 42727 (em experimentação), ou seja, a empresa tem um custo mínimo mensal de MP de R\$ 2.770,00.

Após a apuração de todos os custos de cada um dos produtos, foi elaborado o demonstrativo de resultado pelo método de custeio por absorção, conforme a Tabela 4. Evidencia-se que os preços de venda foram coletados na empresa em estudo.

Tabela 4: Demonstrativo de resultado pelo método de custeio por absorção

Itens/Produtos	260	376	32162	49153	29575	345	17893	42727	Total
Preço de venda	6,02	11,85	22,87	24,65	54,6	8,18	28,11	673,98	830,26
Custo variável	2,81	5,68	7,54	10,42	21,59	2,82	15,06	254,66	320,58
Custos e despesas fixos	2,25	4,09	16,24	11,90	29,99	5,51	5,81	151,97	227,76
Resultado operacional	0,96	2,08	(0,91)	2,33	3,02	(0,15)	7,24	267,35	281,92

Fonte: Dados da pesquisa.

Observa-se na Tabela 4 que dois produtos (32162 e 345) apresentam resultado operacional negativo. Como o método de custeio por absorção, apesar de ser o único aceito pela legislação, geralmente não é utilizado na tomada de decisão, foi elaborado o demonstrativo de resultado pelo método de custeio variável evidenciando a margem de contribuição unitária (Tabela 5).

Tabela 5: Margem de contribuição unitária (R\$)

Itens/Produtos	260	376	32162	49153	29575	345	17893	42727	Total
Preço de venda	6,02	11,85	22,87	24,65	54,6	8,18	28,11	673,98	830,26
Custo variável	2,81	5,68	7,54	10,42	21,59	2,82	15,06	254,66	320,58
Margem de contribuição	3,21	6,17	15,33	14,23	33,01	5,36	13,05	419,32	509,68

Fonte: Dados da pesquisa.

Na Tabela 5 evidencia-se a margem de contribuição unitária obtida por meio da diferença entre os preços de venda praticados pela empresa e os custos variáveis (MOD e MP - Tabelas 2 e 4). Conclui-se que os produtos que mais contribuem para o pagamento dos custos e despesas fixas são o 42727, representando 82,27%, seguido dos produtos 29575 e 32162, com 6,48% e 2%, respectivamente.

Observa-se que o produto 32162, pelo método absorção, apresentou um prejuízo operacional e, por outro lado, analisando o método variável, esse produto é o terceiro que mais contribui para o pagamento dos custos e despesas fixas. Neste contexto, conclui-se que a alocação de parcelas dos custos e despesas fixas para o cálculo do custo final do produto pode distorcer a análise por parte dos gestores, levando a uma decisão equivocada da situação.

Apesar de serem métodos de gestão de custos que auxiliam na tomada de decisões, um problema enfrentado pelos gestores é saber, por exemplo, qual a quantidade deve ser produzida que maximize o lucro ou a margem de contribuição, observando as restrições como a capacidade produtiva da indústria – seja de horas máquina, horas homem, matéria-prima, dentre outros.

Neste sentido, uma ferramenta que auxilia nesta análise é a programação linear. No intuito de verificar a sua contribuição para esses problemas, apresenta-se no próximo item, a aplicação desta ferramenta.

4.2. Utilização das Ferramentas de Programação Linear (PL)

Neste estudo, utilizou-se a PL para analisar qual a quantidade a ser produzida de cada produto que maximizará a margem de contribuição e o lucro e, além disso, para identificar quais os produtos têm o maior índice de rentabilidade. Para tanto, construiu-se o modelo matemático dividido em: variáveis de decisão, função-objetivo e restrições.

No modelo em estudo, as variáveis de decisão estão apresentadas na Tabela 6.

Tabela 6: Variáveis de decisão do modelo

X_i	Variáveis
x_1	quantidade a ser produzida do item 260 (Eixo D.)
x_2	quantidade a ser produzida do item 376 (Tubo Porta Bucha)
x_3	quantidade a ser produzida do item 32162 (Conjunto Eixo)
x_4	quantidade a ser produzida do item 49153 (Rolete Esticador Rodado)
x_5	quantidade a ser produzida do item 29575 (Conjunto Roda Dentada)
x_6	quantidade a ser produzida do item 345 (Haste Roscada)
x_7	quantidade a ser produzida do item 17893 (Roda Dentada Movida)
x_8	quantidade a ser produzida do item 42727 (Kit de Plantio)

Fonte: Dados da pesquisa.

Essas variáveis de decisão representam as quantidades a serem produzidas pela empresa. Como o objetivo é utilizar modelos para maximizar a margem de contribuição e/ou o lucro líquido, construiu-se as respectivas funções-objetivo correspondentes:

$$Z_{\max} = \sum_{i=1}^8 mc_i x_i \quad (1)$$

onde: mc_i = margem de contribuição unitária dos produtos i e

$$Z_{\max} = \sum_{i=1}^8 l_i x_i \quad (2)$$

onde: l_i = lucro líquido unitário dos produtos i

Observa-se que os dados que compõem os coeficientes da margem de contribuição unitária estão apresentados na Tabela 6 e os coeficientes representantes do lucro líquido unitário estão na Tabela 5 com a denominação “resultado operacional”.

Em seguida, a partir das limitações da empresa, construíram-se as restrições da produção atual, definidas de acordo com os recursos de produção, limitações legais ou de mercado, disponibilidade de horas para a produção, demanda, custo, entre outras:

a) restrição referente ao tempo de máquina utilizado para cada produto representada por:

$$\sum_{i=1}^8 tm_i x_i \leq 218.887,20 \quad (3)$$

onde: tm_i = tempo de máquina para o produto i (em minutos)

Foram considerados os dados de tempos de máquina mostrados na Tabela 1. O valor total 218.887,20 foi coletado a partir de documentos históricos fornecidos pela própria empresa.

b) restrição de mão-de-obra para cada produto representada por:

$$\sum_{i=1}^8 mo_i x_i \leq 6.977,76 \quad (4)$$

onde: mo_i = valor unitário (em reais) do custo com mão-de-obra

Os custos unitários da mão-de-obra por produto são mostrados na Tabela 2, já o valor do custo total com mão-de-obra foi calculado a partir dos custos mensais com mão-de-obra direta mensal.

c) restrição de matéria-prima para cada produto representada por:

$$\sum_{i=1}^8 mp_i x_i \geq 2.770 \quad (5)$$

onde: mp_i = custo unitário da matéria-prima (em reais)

Na Tabela 3 é possível observar os custos unitários de matéria-prima. O valor de R\$ 2.770,00 é correspondente ao custo da matéria-prima necessário para produzir a quantidade prevista pela demanda mínima que é de 50 unidades de cada produto. É possível confirmar esses valores através da Inequação (6).

d) restrições de demanda dos produtos representada por:

$$x_i \geq 50 \quad i = 1,2,3,6,7 \quad (6)$$

$$x_4 = 50 \quad (7)$$

$$x_5 = 50 \quad (8)$$

$$x_i \leq L_i \quad i = 1,2,3,6,7,8 \quad (9)$$

onde: L = quantidade referente à demanda máxima de cada produto definido na Tabela 7.

Observar que a restrição de demanda mínima, representada pela Inequação (6), foi definida a partir da produção mínima que a empresa precisa disponibilizar para clientes especiais. Já as Equações (7) e (8) apresentam sinal de igualdade, tendo em vista que são produtos lançados recentemente e, nesse caso, a administração da empresa determina que seja produzida somente a quantidade mínima até que o produto esteja efetivamente “pronto”. E referente ao item correspondente à variável x_8 , não foi definido demanda mínima tendo em vista que esse item é produzido somente sob encomenda

Em relação à demanda, a mesma foi especificada a partir dos dados históricos da instituição. A seguir é apresentado na Tabela 7 os referidos dados.

Tabela 7: Dados históricos das demandas máximas e mínimas

Produtos	Demanda Mínima	Demanda Máxima
x_1	≥ 50	≤ 2774
x_2	≥ 50	≤ 1050
x_3	≥ 50	≤ 302
x_4	$= 50$	
x_5	$= 50$	
x_6	≥ 50	≤ 1084
x_7	≥ 50	≤ 2649
x_8	$= 25$	

Fonte: Dados da empresa

e) restrição correspondente aos custos e despesas fixas, utilizadas somente nas simulações de maximização do lucro líquido. É representada por:

$$\sum_{i=1}^8 cdf_i x_i \leq 25.328,24 \quad (10)$$

onde: cdf_i = custos e despesas fixas unitárias (em reais)

Na Tabela 4 são apresentados os custos e despesas fixas por produto. Evidencia-se que o valor de Z, que é obtido através das simulações do modelo da margem de contribuição, deve cobrir os custos e despesas fixas totais no valor de R\$ 25.328,24, para apurar o lucro líquido.

Conforme pode-se notar, ao modelo matemático foram incorporadas duas restrições referentes às Equações (7) e (8), onde os produtos x_4 e x_5 possuem valores fixos de produção, visto que esses produtos foram lançados recentemente. Para fins de simulação, essas restrições foram suprimidas do modelo e excluídos também os valores dos recursos correspondentes ao consumo desses produtos. Essa providência garante maior clareza às análises e conclusões.

Após a construção do modelo matemático, foram realizadas simulações no *software* Lindo®, buscando a otimização da solução para os problemas propostos, conforme é apresentado na Tabela 8.

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Tabela 8: Resultado parcial da simulação do software Lindo para o modelo matemático correspondente à margem de contribuição e ao lucro líquido

Margem de Contribuição			Lucro Líquido		
Objective function value			Objective function value		
1	Zmax = 46.042,93		2	Zmax = 18.050,33	
Variable	Value		Variable	Value	
x1	2.774,00		x1	2.774,00	
x2	1.050,00		x2	1.050,00	
x3	302,00		x3	199,83	
x6	1.084,00		x6	50,00	
x7	746,13		x7	925,60	
x8	25,00		x8	25,00	
Row (restrições)	Slack or Surplus	Dual Prices	Row (restrições)	Slack or Surplus	Dual Prices
Tempo de máquina	195.556,61	0,00	3	197.621,33	0,00
Mão-de-obra	0,00	2,45	4	0,00	1,43
Matéria-prima	29.711,80	0,00	5	27.705,48	0,00

Fonte: Simulação utilizando o software Lindo®

No relatório da Tabela 8 observou-se um resultado otimizado de $Z_{max} = R\$ 46.042,93$ e de $Z_{max} = R\$ 18.050,33$, respectivamente, para os modelos da margem de contribuição e do lucro líquido. Ou seja, esse é o valor maximizado, tanto de margem de contribuição como de lucro líquido e, no intuito de atingir esses valores, a indústria em estudo poderá produzir as quantidades de unidades sugeridas de modo a otimizar sua rentabilidade.

Observando os resultados, conclui-se que, além da diferença entre os valores máximos, os produtos x_3 , x_6 e x_7 também apresentam variação de volume a ser produzido. Conseqüentemente, como o objetivo da simulação dos modelos é diverso (um dos modelos refere-se à margem de contribuição e, o outro, ao lucro líquido), houve diferenças também nas sobras de recursos disponíveis (“*Slack or Surplus*”) na maioria das restrições. Neste sentido, na restrição referente à Inequação (3), que representa o tempo de máquina, existe um gargalo de 2.259,28 horas mensais não utilizadas, gerando com isso aumento nos custos de produção. Por outro lado, em relação à restrição de matéria-prima, conforme Inequação (5), sugere-se que seja alocado o valor de R\$ 29.711,80, além do mínimo já representado na limitação mencionada.

A expressão “*dual price*” (ainda na Tabela 8) representa quanto será acrescido ao resultado final para cada unidade de recurso adicionada. Ao utilizar a Inequação (4), para cada real acrescido de mão-de-obra, é possível gerar um incremento de R\$ 2,45 ao resultado final no caso da simulação relativa à margem de contribuição; já em relação ao lucro líquido, o valor passa a ser de R\$ 1,43. As limitações representadas pelas Inequações (3) e (5) aparecem com preço sombra nulo, tendo em vista que essas limitações apresentaram sobra de recursos. Por exemplo, se for detectado sobra de recursos nessas limitações, entende-se que mesmo com o aumento de volume desses recursos não é possível aumentar a produção, nesse caso o valor de Z também ficará inalterado.

Essa diferença entre os modelos se justifica pelo fato de que o modelo da margem de contribuição é utilizado para decisões gerenciais, enquanto o modelo do lucro líquido é específico para fins fiscais.

4.2.1. Simulação da margem de contribuição/lucro líquido excluindo a produção de um dos itens produzidos

Nesta Seção apresenta-se mais uma aplicação da programação linear na gestão: a simulação de eliminação de um produto ou de linhas de produção. Os resultados dessa

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

simulação poderão auxiliar os gestores na escolha da suspensão da produção de algum item, por alguma razão definida pela empresa.

Esta análise é realizada a partir dos dois modelos propostos anteriormente – lucro líquido e margem de contribuição. Desta forma, foi atribuído o valor zero à produção de um dos produtos e, conseqüentemente, os recursos são distribuídos de acordo com as novas quantidades produzidas.

Na Tabela 9 são apresentados os resultados das simulações referentes à eliminação de cada um dos produtos, levando em conta a maximização das duas funções-objetivo: do lucro líquido e da margem de contribuição.

Tabela 9: Simulação da eliminação de produtos

Lucro líquido:		Margem de contribuição:	
Item com produção nula	Valor otimizado	Item com produção nula	Valor otimizado
x ₁	15.932,50	x ₁	40.126,82
x ₂	14.866,66	x ₂	40.027,18
x ₃	17.292,21	x ₃	41.524,18
x ₆	18.019,04	x ₆	42.674,43
x ₇	11.211,75	x ₇	36.305,94
x ₈	11.141,86	x ₈	36.352,60

Fonte: Dados da pesquisa.

Na primeira simulação, referente aos valores correspondentes ao lucro líquido, quando não acontecer produção de x₁ prevalece à produção otimizada dos outros produtos gerando um resultado de Z_{max} = R\$ 15.932,50. Ou seja, caso a empresa decida cessar a produção de algum produto, poderá escolher o produto que agrega menor valor, portanto deverá escolher o item 345 (variável x₆), que gera um resultado de R\$ 18.019,04.

A mesma análise se aplica também à margem de contribuição. Nesse caso, o produto a ser eliminado do mix de produção será o x₆ (item 345), o que gera um resultado de R\$ 42.674,43.

4.2.2. Cálculo do ponto de equilíbrio

Outra contribuição advinda da programação linear é o cálculo do ponto de equilíbrio. O ponto de equilíbrio é utilizado pelos gestores com o intuito de verificar o momento em que as receitas totais se igualam aos gastos totais, ou seja, lucro igual a zero. Neste caso, foram apurados os valores do ponto de equilíbrio contábil e do ponto de equilíbrio por meio da programação linear, com resultados representados na Tabela 10.

Tabela 10: Ponto de equilíbrio contábil e pela programação linear

Item	Ponto de Equilíbrio (em unidades)	
	Contábil	Programação linear
260	710	50
376	287	50
32162	165	302
49153	249	50
29575	138	50
345	284	1084
17893	466	120,64
42727	7	25
Total	2307	1732

Fonte: Dados da pesquisa.

Nas simulações realizadas a partir do ponto de equilíbrio observam-se diferenças significativas no volume de produção. Estima-se que essas diferenças possam ser explicadas pelo fato de que, utilizando o modelo de programação linear no cálculo do ponto de equilíbrio, são consideradas simultaneamente todas as limitações do sistema em estudo, diferentemente do que ocorre no cálculo contábil.

Outro fator relevante refere-se ao aumento de produção de alguns itens, mostrado no resultado das simulações dos modelos matemáticos. Talvez para incrementar a produção desses itens, deverá haver novos estudos referentes à demanda desses produtos, uma vez que a demanda poderá não ser satisfatória, então outras ações estratégicas deverão ser implementadas, por exemplo, negociação de preço de venda, redução de lucro etc.

5. Conclusões

O objetivo desse trabalho foi apresentar, através da programação linear, um modelo de gestão de produção, em que o gestor possa simular cenários, a partir do cálculo da margem de contribuição e lucro líquido, melhorando o processo de tomada de decisão.

Após apresentar a premissa inicial, analisando os dados coletados e sistematizados, percebe-se que o método do custeio variável (direto) fornece informações mais detalhadas principalmente em relação ao planejamento do mix a ser produzido. Ao estabelecer a análise de dados, cuidou-se para atender a uma preocupação latente dentro da empresa: estabelecer uma forma de mensurar qual a melhor combinação de recursos que poderá aperfeiçoar resultados ao final do período. O método do custeio por absorção mostrou-se útil no que se refere à análise do lucro unitário por produto. No entanto, ao utilizar os dados originários do método por custeio variável e da margem de contribuição foi possível observar no detalhamento das informações de custos, que à medida em que são segregados os valores do custo direto do produto é originada uma diversidade de dados para o estabelecimento dos coeficientes da função-objetivo.

Sabe-se que a escassez de recursos é uma realidade marcante dentro das empresas e que não considerar fatores como esses no planejamento das atividades da empresa é assumir sérios riscos para o futuro. A ferramenta utilizada (software Lindo[®]) possibilitou estabelecer um arranjo entre as variáveis apresentadas de modo a visualizar as inúmeras possibilidades de formação de resultado, dadas as restrições estabelecidas. A empresa em estudo, como qualquer outra, vislumbra estabelecer seu mix de produção, onde a combinação de recursos seja tão eficientemente aplicada, de forma a gerar sempre o melhor resultado, a melhor margem e o melhor lucro.

Neste sentido, por meio da aplicação da ferramenta de programação linear foi possível verificar o melhor mix de produção em se tratando de duas situações distintas, quais sejam, utilizar a margem de contribuição ou lucro líquido para compor os coeficientes da função a ser maximizada. Esse comparativo é importante para a tomada de decisões, visto que são duas alternativas diferentes de análise que podem ser oferecidas a partir de dados disponíveis pela área contábil.

Efetuando-se várias simulações foi possível a comprovação de que os modelos oferecem vários resultados relevantes do ponto de vista gerencial. Portanto, os gestores poderão utilizar esses resultados como alternativa de decisões no que diz respeito:

- a) Ao planejamento financeiro, já que é possível definir quanto é possível produzir de cada produto com os recursos disponíveis, utilizando como base de cálculo, tanto a margem de contribuição quanto o lucro líquido;
- b) Às quantidades de recursos disponíveis para quantidades de produção estratégicas, de forma a evitar desperdícios nos referidos recursos;
- c) À quantidade de horas de mão-de-obra disponíveis, e no caso de incremento unitário desse recurso, é possível verificar aumento de produção e, conseqüentemente, um aumento de resultados, nesse caso, quanto é possível aumentarem o resultado final.

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Neste estudo também foram elaboradas simulações para auxiliar na decisão estratégica do gestor no caso de necessidade de redução de itens de produção (verificar Tabela 8). Neste caso, é importante decidir que produto terá o menor resultado, levando em consideração tanto o cálculo da margem de contribuição, como do lucro líquido. Com isso, é possível observar individualmente, quais produtos apresentam melhores/piores resultados.

Por último, apresentam-se os resultados referentes a simulações do ponto de equilíbrio contábil e por meio da programação linear. A partir dessa ferramenta foi possível determinar o ponto de equilíbrio sob outro ponto de vista, ou seja, apresentou-se a produção necessária para que a empresa atinja o ponto de equilíbrio, levando em conta todas as restrições que a mesma contém, e o fato de a empresa possuir estoques remanescentes de um período para períodos futuros.

Importante mencionar aqui que as informações provenientes da gestão de custos e da programação linear se complementam e evidenciam um viés diferente ao tomador de decisões.

BIBLIOGRAFIA

ACKOFF, Russell L. & SASIENI, Maurice W. (1974) Pesquisa operacional. Editora Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro.

ARENALES, Marcos; ARMENTANO, Vinicius; MORABITO, Reinaldo; YANASSE, Horácio. (2007) Pesquisa operacional para cursos de engenharia. Editora Campus, Rio de Janeiro.

BODANESE, Ronaldo E.; OLIVEIRA, José A.; SCALABRIN, Idionir; MORAES, Claudionor J.. (2005). Teoria das restrições, pesquisa operacional e programação linear, estudo de caso com a utilização do solver. In: IX Congresso Internacional de Custos, Florianópolis.

CORRAR, Luiz J.; THEÓPHILO, Carlos Renato. (2004). Pesquisa operacional para decisão em contabilidade e administração: contabilometria. São Paulo: Atlas.

COSTA, Aline R. N., SILVA, Arinei L. (2010). O planejamento do processo produtivo de uma indústria de panificação por modelos matemáticos. Produção Online, v. X, n. I, p. 198-222, Florianópolis,

DANTZIG, George B. (1963). *Linear Programming and Extensions*. Princeton University Press.

GARRISON, Ray H.; NOREEN, Eric W. (2001). Contabilidade Gerencial. Rio de Janeiro: LTC.

GIL, Antonio Carlos. (2009). Métodos e Técnicas de Pesquisa Social. 6ª ed. São Paulo: Atlas.

HILLIER, Frederick S.; LIEBERMAN, Gerald J. (2005). *Introduction To Operations Research*; 8ª edition; Ed. McGraw-Hill; New York/USA.

PIZZOLATO, Nélio Domingues; GANDOLPHO, André Alves. (2009). Técnicas de otimização. Rio de Janeiro: LTC.

SANTOS, Joel J. (1994). Formação do preço e do lucro: custos marginais para formação de preços referenciais. São Paulo: Atlas.

WARREN, Carl S.; REEVE, James M.; e FESS, Philip E. (2006). Contabilidade gerencial. 1ª ed. São Paulo: Pioneira Thompson Learning.

WERNKE, Rodney. (2004). Gestão de Custos. 2ª ed. São Paulo: Atlas.