

## LOGÍSTICA DE DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA EM REDES URBANAS – RACIONALIZAÇÃO ENERGÉTICA

**Franklina M. B. Toledo \***  
**Maristela Oliveira dos Santos**  
**Marcos N. Arenales**  
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação  
Universidade de São Paulo (USP)  
São Carlos – SP, Brasil  
[fran@icmc.usp.br](mailto:fran@icmc.usp.br)

**Paulo Seleghim Júnior**  
Departamento de Engenharia Mecânica / EESC  
Universidade de São Paulo (USP)  
São Carlos – SP, Brasil  
[seleghim@sc.usp.br](mailto:seleghim@sc.usp.br)

\* *Corresponding author* / autor para quem as correspondências devem ser encaminhadas

*Republicado de Pesquisa Operacional (ISSN 0101-7438) vol 28, n. 1, pp. 75 -91.*

### Resumo

O problema estudado neste trabalho visa minimizar o custo de energia elétrica necessário para a operação de bombas hidráulicas, que captam água de poços artesianos para os reservatórios distribuídos em bairros da cidade, de onde a população é atendida. Como o custo da energia elétrica varia ao longo do dia, se faz necessário um planejamento da operação das bombas e armazenamento de água no sistema. Um modelo de otimização linear inteira é proposto para o problema, considerando um custo de partida das bombas. Desconsiderando esse custo, as variáveis binárias do modelo são eliminadas e um segundo modelo de otimização linear é também analisado. Algumas instâncias geradas aleatoriamente são resolvidas e suas soluções analisadas, demonstrando que os modelos propostos oferecem suporte gerencial consistente para seu uso no problema real.

**Palavras-chave:** logística de distribuição; otimização inteiro-mista; otimização linear.

### Abstract

The aim of the problem studied in this paper is to minimize the electrical energy cost necessary to manage water distribution networks. We consider water distribution systems that are designed to deliver water from pump stations suitably distributed in a city, to the final water consumers. Since the cost of the electrical energy varies during the day, it is necessary to plan the operation of the pumps and water inventory in the system. An integer linear optimization model is proposed for the problem, when considering a fixed cost for the starting of the pumps. On the other hand, when we do not consider this cost, the binary variables are eliminated and the problem can be formulated as a linear optimization model. Some randomly generated instances are solved and corresponding solutions evaluated. The examples show that the proposed models offer consistent managerial support for their use in the real problem.

**Keywords:** water distribution network; mixed integer optimization; linear optimization.

## 1. Introdução

A captação e distribuição de água em redes urbanas geralmente envolvem o dispêndio de quantidades muito significativas de energia elétrica. Embora este aspecto seja de conhecimento comum, a racionalização energética em aplicações dessa natureza esteve por muito tempo relegada a um plano secundário em face de dificuldades técnicas e operacionais mais básicas. Não somente no Brasil, mas também, de uma maneira geral, em outros países em desenvolvimento, oportunidades extremamente interessantes se abrem nesta área em função do cenário mundial de contingenciamento energético e de barateamento de tecnologias e equipamentos. De fato, este problema tem sido objeto de estudos e investimentos sistemáticos em aplicações industriais, sobretudo em aplicações petroquímicas envolvendo transporte de óleo bruto (escoamentos multifásicos) e/ou produtos refinados. Bons exemplos disso são as técnicas de produção em poços “fracos” pela injeção de gás na base da coluna de extração (*air-lift*, Sokolichin *et al.*, 2000) ou o transporte de óleos ultra-viscosos em camisa de água (*core annular flow*, Bannwart, 2001). Em ambos os casos, a viabilidade econômica da operação foi assegurada pelo desenvolvimento de soluções inovadoras, cuja implementação resultou no aumento de nossas reservas comercialmente exploráveis. Outros exemplos interessantes nessa área são a operação assistida de reservatórios (Santos & Seleglim Jr., 2005) e o transporte pneumático de grãos (Barbosa & Seleglim, 2002), nos quais a aplicação de técnicas de controle ativo permitiu economias de energia de até 50% sem prejuízo operacional.

Especificamente em aplicações envolvendo captação e distribuição de água em regiões urbanas, a racionalização energética foi abordada em trabalhos voltados majoritariamente para o projeto otimizado da rede física de distribuição, como em Costa *et al.* (2001) e Sherali *et al.* (2001) cujo trabalho se baseou no método *branch-and-bound* – Wu & Simpson (2001), Shin & Park (2000), Vairavamoorthy & Ali (2000), Savic *et al.* (1999), Montesinos *et al.* (1999) e Castillo & Gonzales (1998) nos quais a otimização foi obtida por algoritmos genéticos – Zoppou & Reed (2001), Cunha & Sousa (1999) que empregaram técnicas de *simulated annealing* – e Xu & Goulter (1999) no qual se empregou lógica difusa na solução do problema. Raros trabalhos focalizam o problema de otimização da operação do sistema. Dentre estes poucos devem ser citados os artigos de Cembrano *et al.* (2000) e Eker *et al.* (2003) que apresentam estudos de casos extremamente interessantes sobre a cidade de Cintra em Portugal e Gaziantep na Turquia, respectivamente.

De uma maneira genérica, as oportunidades para a racionalização energética surgem em função de políticas praticadas pelas distribuidoras de energia no sentido de tarifar diferentemente o consumo ocorrido em diferentes períodos do dia. A alta demanda por energia no período chamado “de ponta” gera problemas para a distribuidora de energia elétrica que, para garantir que não haja prejuízo no atendimento, é obrigada a instalar linhas de transmissão de alta capacidade. Devido às razões socioeconômicas, estes picos de demanda ocorrem normalmente no período entre 18 e 21 horas e diminuem bruscamente fora dele, significando que a linha de transmissão ficará ociosa durante a maior parte do dia. As tarifas são então definidas visando regularizar a demanda, penalizando o consumo ocorrido no horário de ponta (energia mais cara) e estimulando o consumo fora dele (energia mais barata). No caso da distribuição de água em uma rede urbana, o consumo de energia decorre majoritariamente das operações de bombeamento de poços ou pontos de captação para reservatórios distribuídos em pontos altos da cidade, a partir dos quais o abastecimento é feito por gravidade (sem consumo de energia).

Neste contexto, a proposta deste trabalho consiste em aproveitar o conjunto destes reservatórios e operar as bombas de forma integrada no sentido de deslocar o consumo de energia para horários em que ela seja mais barata. Isso pode ser feito com base no princípio de que é possível captar e armazenar água fora do horário de ponta e simplesmente desligar as bombas no período das 18 às 21 horas. Em outras palavras, é preciso operar o sistema de maneira que, idealmente, os reservatórios atinjam suas capacidades máximas pouco antes do início do horário de ponta para que as bombas possam então ser desligadas sem prejuízo para o abastecimento. Apesar da idéia ser simples, uma série de razões de ordem prática tornam sua implementação extremamente complexa, sobretudo em uma rede de distribuição de grande porte como a de uma cidade. Por exemplo, além das variações diárias normais, a demanda por água costuma ser fortemente afetada por eventos não determinísticos como calor intenso num fim de semana, ou por acidentes como o rompimento de uma grande adutora (falsa demanda). Desta forma, a operação integrada do sistema não pode ser feita a partir de um algoritmo rígido, mas deve se basear em um conjunto de regras que sejam capazes de racionalizar o consumo de energia e, ao mesmo tempo, que sejam suficientemente flexíveis para garantir a qualidade do abastecimento mesmo na ocorrência perturbações aleatórias.

Para a solução do problema, foi inicialmente proposto um modelo de otimização linear inteiro, o qual considera um custo de partida das bombas hidráulicas. O custo de partida das bombas procura também, em adição ao custo de energia elétrica, minimizar o número de vezes que as bombas são acionadas. Desconsiderando esse custo, um modelo de otimização linear é obtido, o qual é insensível ao liga-desliga das bombas. As soluções obtidas por esse modelo podem ser mais difíceis de serem implantadas devido a não penalização das operações intermitentes da bomba. Estes modelos, bem como um estudo de caso simulado para uma parte do sistema de distribuição da água da cidade de São Carlos, são discutidos nas próximas seções.

Os eventos aleatórios, embora não tenham sido considerados explicitamente neste trabalho, podem ser minimizados aplicando-se três estratégias. Na primeira, um limite mínimo de água nos reservatórios foi incluído nos modelos, a fim de que eventos aleatórios possam ser inicialmente atendidos antes que um novo planejamento seja feito. Na segunda alternativa, o planejamento proposto neste trabalho pode ser aplicado sob a ótica de horizonte rolante, ou seja, resolve-se o problema considerando um horizonte de  $T$  dias, aplicam-se apenas as decisões do primeiro dia, inclui-se um novo dia no final do horizonte, atualizam-se as demandas e os níveis de água nos reservatórios e o problema é novamente otimizado. Em caso de ocorrência de algum evento aleatório importante, o novo planejamento pode ser antecipado. Finalmente, existe um procedimento padrão que, na eventualidade de uma falha do modelo ou no surgimento de evento extraordinário, é automaticamente acionado garantindo o suprimento de água.

Na próxima seção, são descritos os modelos matemáticos propostos para o problema estudado. Um estudo de caso simulado a partir de dados de alguns bairros da cidade de São Carlos é apresentado na Seção 3. Finalmente, na Seção 4, são apresentadas as conclusões e as perspectivas de trabalhos futuros.

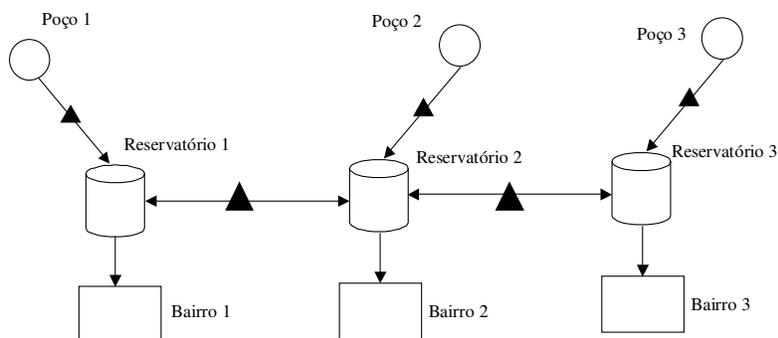
## 2. Modelo proposto para o problema

O problema abordado neste trabalho focaliza o custo de energia elétrica necessária para o funcionamento de bombas hidráulicas utilizadas para a distribuição de água em redes urbanas. As bombas são utilizadas para levar água de poços artesianos a reservatórios

distribuídos pelos bairros de uma cidade, de onde a população será atendida por força gravitacional. A demanda prevista (a partir de dados históricos) é variável dentro do horizonte de planejamento, o qual é dividido em períodos. O volume de água disponível no sistema mais o que pode ser recebido dos poços e de outros reservatórios no período deve ser suficiente para atender a demanda de água no mesmo. Como o custo de energia elétrica pode variar ao longo dos períodos, se faz necessário um planejamento do funcionamento das bombas para que não sejam ligadas em períodos de custo alto de energia elétrica. Portanto, deve-se planejar o volume dos reservatórios, ou seja, determinar o estoque de água, ao longo dos períodos, de modo a atender a demanda com mínimo custo de energia.

O horizonte de planejamento é dividido em períodos nos quais as decisões são tomadas, como por exemplo, um horizonte de planejamento de 24 horas pode ser dividido em 24 períodos de uma hora, ou ainda, em 12 períodos de uma hora mais 24 períodos de meia hora. O número e a duração dos períodos são flexíveis e devem ser determinados pelo planejador dependendo do comportamento da demanda e do custo de energia elétrica. Por exemplo, na madrugada, os períodos podem ser de 2 horas e próximos a horários de pico de consumo, podem ser de 10 minutos.

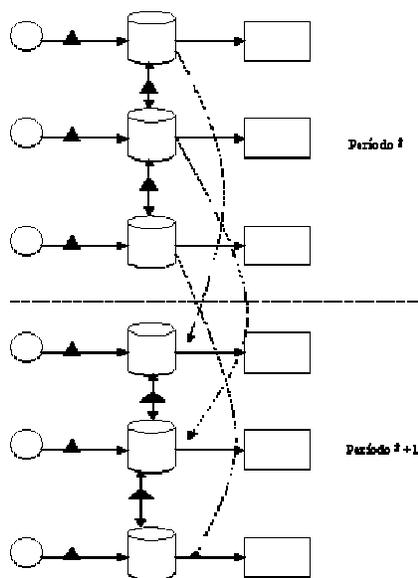
Na Figura 1, é ilustrado o problema considerando apenas três reservatórios. Nesta figura, os círculos representam os poços (que para o caso simulado tem água pura que apenas precisa ser clorada e fluorada), os reservatórios são representados pelos cilindros, as bombas pelos triângulos e os centros consumidores ou conjunto de bairros abastecidos pelos reservatórios são representados pelos retângulos. Os arcos da figura representam as ligações físicas existentes: entre os poços e os reservatórios; entre os reservatórios; e entre os reservatórios e os centros consumidores.



**Figura 1** – Exemplo de uma rede de abastecimento.

Para o problema de planejamento do estoque de água em reservatórios (PPEAR) além dos custos com energia elétrica pode ser relevante a operação de ligar e de desligar as bombas associadas aos reservatórios. Em situações em que a bomba é suscetível ao liga e desliga, de modo que esta operação deve ser minimizada, o PPEAR pode ser abordado como um problema de otimização inteira. Por outro lado, caso a dificuldade de ligar e desligar a bomba não seja significativa, o PPEAR pode ser tratado como um problema de otimização linear. Neste trabalho são consideradas as duas possibilidades.

Para facilitar o entendimento dos modelos propostos, na Figura 2, é ilustrado o que ocorre em cada reservatório ao longo dos períodos do horizonte de planejamento. Nesta figura são representados dois períodos consecutivos em que os arcos pontilhados mostram a relação de estoque do volume de água dos reservatórios.



**Figura 2** – Fluxo de água entre reservatórios em dois períodos consecutivos.

O modelo matemático de otimização inteira é escrito utilizando a seguinte notação:

Índices:

$j = 1 \dots R$ ; reservatórios;

$k = 1 \dots B$ ; centros consumidores;

$t = 1 \dots T$ ; períodos (horizonte de planejamento);

Obs. A cada reservatório está associado um poço e uma bomba instalada. Deste modo, as referências ao poço  $j$ , ou à bomba  $j, j=1, \dots, R$  são utilizadas sem risco de ambigüidade.

Dados:

$d_{kt}$  = demanda ( $m^3$ ) do centro consumidor  $k$  no período  $t$ ;

$c_{jt}$  = custo de manter ligada a bomba  $j$  durante todo o período  $t$ ;

$sc_{jt}$  = custo de partida da bomba  $j$  no período  $t$ ;

$v_{jt}$  = vazão ( $m^3$ ) da bomba  $j$  no período  $t$  (varia de acordo com tamanho do período);

$w_{j\lambda t}$  = vazão ( $m^3$ ) da bomba para transportar água do reservatório  $j$  para  $\lambda$  no período  $t$  (varia de acordo com tamanho do período);

$h_j^{\min}$  = volume ( $m^3$ ) mínimo do reservatório  $j$ ;

$h_j^{\max}$  = volume ( $m^3$ ) máximo do reservatório  $j$ ;

$h_j^0$  = volume ( $m^3$ ) do reservatório  $j$  no início do planejamento ( $t = 0$ );

$S_j$  =  $\{k$ , tal que o centro consumidor  $k$  é abastecido pelo reservatório  $j\}$ ;

$R_j$  =  $\{\lambda$ , tal que  $\lambda$  é um reservatório que pode receber água do reservatório  $j\}$ ;

$P_j$  =  $\{\lambda$ , tal que  $\lambda$  é um reservatório que envia água para o reservatório  $j\}$ ;

$\gamma_{\lambda t}$  = custo de transferência de água do reservatório  $j$  para o reservatório  $\lambda$  no período  $t$ .

Variáveis de decisão:

$I_{jt}$  = volume ( $m^3$ ) do reservatório  $j$ , no final do período  $t$ ;

$x_{jt}$  = fração do período  $t$  em que a bomba  $j$  é acionada ligada (ao se multiplicar  $x_{jt}$  pelo tamanho do período, tem-se exatamente o tempo que a bomba permaneceu ligada em horas);

$y_{jt} = \begin{cases} 1, & \text{se } x_{jt} > 0 \text{ (i.e., há captação de água no período } t); \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$

$\alpha_{jt} = \begin{cases} 1, & \text{se a bomba } j \text{ é acionada no período } t; \\ 0, & \text{caso contrário (pode estar desligada ou em operação desde o período anterior);} \end{cases}$

$z_{\lambda t}$  = fração do período  $t$  na qual existe transporte de água do reservatório  $j$  para o reservatório  $\lambda$ .

O modelo matemático:

$$\text{Minimizar } \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^R (c_{jt} x_{jt} + sc_{jt} \alpha_{jt}) + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^R \sum_{\lambda \in R_j} \gamma_{\lambda t} z_{\lambda t} \quad (1)$$

Sujeito a

$$I_{jt} = I_{j,t-1} + v_{jt} x_{jt} + \sum_{\lambda \in P_j} w_{\lambda jt} z_{\lambda jt} - \sum_{\lambda \in R_j} w_{j\lambda t} z_{j\lambda t} - \sum_{k \in S_j} d_{kt} \quad j = 1 \dots R, t = 1 \dots T; \quad (2)$$

$$x_{jt} \leq y_{jt} \quad j = 1 \dots R, t = 1 \dots T; \quad (3)$$

$$\alpha_{jt} \geq y_{jt} - x_{j,t-1} \quad j = 1 \dots R, t = 1 \dots T; \quad (4)$$

$$h_j^{\min} \leq I_{jt} \leq h_j^{\max} \quad j = 1 \dots R, t = 1 \dots T; \quad (5)$$

$$0 \leq z_{\lambda t} \leq 1 \quad \lambda, j = 1 \dots R, t = 1 \dots T; \quad (6)$$

$$0 \leq x_{jt} \leq 1 \quad j = 1 \dots R, t = 1 \dots T; \quad (7)$$

$$x_{j0} = 0, I_{j0} = h_j^0 \quad j = 1 \dots R; \quad (8)$$

$$y_{jt} \in \{0,1\}, \alpha_{jt} \in \{0,1\} \quad j = 1 \dots R, t = 1 \dots T. \quad (9)$$

A função objetivo (1), a ser minimizada, representa o custo total de energia elétrica, dada pelo custo de partida das bombas mais o custo de mantê-las ligadas, seja para captação de água ou para transferências entre reservatórios. As equações (2) representam o balanceamento de estoque de água em cada um dos períodos para cada um dos reservatórios. As restrições (3) garantem que se  $x_{jt} > 0$  então  $y_{jt} = 1$ . Nas restrições (4) é assegurado que, caso a bomba  $j$  seja ligada durante todo o período  $t-1$ , ela poderá ser utilizada no período  $t$  sem o custo de acioná-la. As restrições (5) asseguram que os volumes mínimos e máximos de água em cada um dos reservatórios sejam respeitados. As restrições (6) e (7) garantem que a bomba  $j$  e a bomba para transferência de água entre os reservatórios no período  $t$  podem ser ligadas durante todo o período ( $x_{jt} = 1$  e  $z_{jlt} = 1$ ) ou em parte dele ( $x_{jt} < 1$  e  $z_{jlt} < 1$ ). Em (8) os estados das bombas são ajustados para desligado no início do horizonte de planejamento e o volume de água inicial nos reservatórios é atribuído. Finalmente, as restrições (9) definem as variáveis  $y_{jt}$  e  $\alpha_{jt}$  como binárias.

Numa segunda abordagem para o problema, o custo fixo para acionar uma bomba é desprezado, de modo que as variáveis  $y$  e  $\alpha$  são desnecessárias e as restrições (3), (4) e (9) são desconsideradas. O modelo se resume a:

$$\text{Minimizar } \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^R c_{jt} x_{jt} + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^R \sum_{l \in R_j} \gamma_{jl} z_{jlt} \quad (10)$$

*Sujeito a*

$$I_{jt} = I_{j,t-1} + v_{jt} x_{jt} + \sum_{l \in P_j} w_{ljt} z_{ljt} - \sum_{l \in R_j} w_{jlt} z_{jlt} - \sum_{k \in S_j} d_{kt} \quad j = 1 \dots R, t = 1 \dots T; \quad (11)$$

$$h_j^{\min} \leq I_{jt} \leq h_j^{\max} \quad j = 1 \dots R, t = 1 \dots T; \quad (12)$$

$$0 \leq z_{jlt} \leq 1 \quad \lambda, j = 1 \dots R, t = 1 \dots T; \quad (13)$$

$$0 \leq x_{jt} \leq 1 \quad j = 1 \dots R, t = 1 \dots T; \quad (14)$$

$$x_{j0} = 0, I_{j0} = h_j^0 \quad j = 1 \dots R. \quad (15)$$

### 3. Estudo de Caso e Testes Computacionais

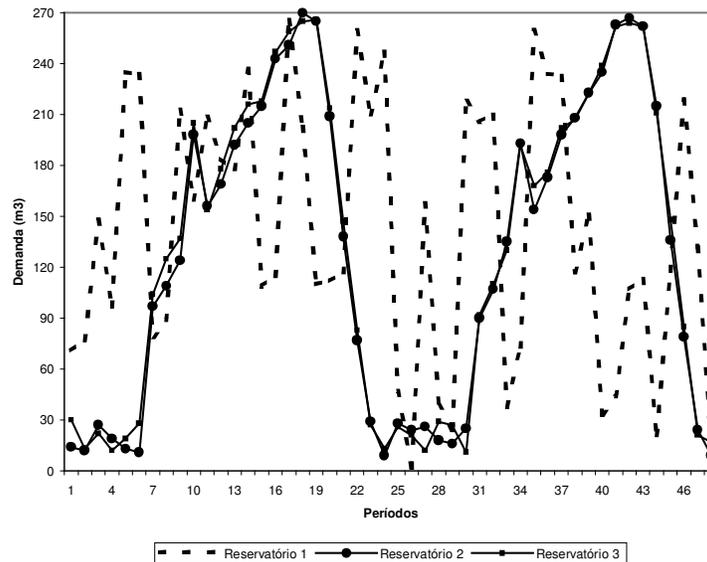
A Figura 1 ilustra o problema estudado, cujos dados foram baseados em três reservatórios da cidade de São Carlos. Respeitando as características técnicas do problema (ver Seleguim Jr., 2003, 2004) o volume mínimo de água permitido para os três reservatórios é igual a 270 m<sup>3</sup> e o limite máximo é igual a 2000 m<sup>3</sup> para o primeiro reservatório e 1000 m<sup>3</sup> para os outros dois. Cada reservatório é responsável por suprir a necessidade de água de um bairro (na realidade são agregações de outros bairros menores). Foram considerados três poços, cada qual associado a um reservatório. Foram analisados três horizontes de planejamento: T = 2, 7 e 180 dias, que foram subdivididos em períodos de uma hora, iniciando à zero hora e terminando às 24 horas. O custo por manter ligada a bomba durante cada um dos períodos é igual a 30 unidades monetárias, exceto às 18h, 19h e 20h, quando o custo é de 60 unidades monetárias, logo o custo por hora neste intervalo é o dobro dos demais períodos do dia. Estes valores se baseiam nas tarifas praticadas pelas distribuidoras de energia elétrica do Estado de

São Paulo para contratos de fornecimento com diferenciação horosazonal. O custo de partida de uma bomba foi arbitrado igual a 1 unidade monetária, em todos os períodos, o que é suficiente para evitar uma solução excessivamente intermitente. Todos os custos foram considerados iguais para todas as bombas.

Foram geradas seis instâncias para cada horizonte de planejamento, cujas demandas para os bairros 2 e 3 foram geradas uniformemente distribuídas em intervalos que representam estimativas máximas e mínimas em cada período (ver Tabela 1), que aproxima o comportamento real do consumo em uma cidade típica de porte médio, com um pico menor em torno das 10h e um pico maior por volta das 18h. Para o primeiro bairro as demandas foram geradas de forma totalmente aleatória no intervalo [0, 270]. A inclusão de um bairro com demanda totalmente aleatória tem por objetivo verificar se o modelo responde bem a situações inusitadas e adversas. Um exemplo de geração de demanda considerando dois dias de planejamento é ilustrado na Figura 3.

**Tabela 1** – Faixas das demandas.

hora	0-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24
<b>Min</b>	10	90	105	121	190	152	167	183	198	214	229	245	260	198	135	73	10	5
<b>Max</b>	30	110	125	141	210	172	187	203	218	234	249	265	270	218	155	93	30	20



**Figura 3** – Demandas dos bairros de uma instância gerada aleatoriamente.

Para este estudo de caso simulado é permitida a transferência de água entre os reservatórios: de 1 para 2, 2 para 1, 2 para 3 e 3 para 2 com custo de 1 unidade monetária por m<sup>3</sup>. Este valor foi definido considerando haver um pequeno desnível entre esses reservatórios de forma que

a energia gasta pela bomba destina-se a vencer majoritariamente a dissipação viscosa. Não é permitida a transferência direta entre os reservatórios 1 e 3 (ver Figura 1). Os modelos (1) – (9) e (10) – (15) foram resolvidos utilizando o pacote de otimização CPLEX 7.5, SUN Ultra 60, 256 Mb de memória.

Os experimentos foram avaliados em três etapas. Na primeira etapa, foi avaliada a influência do tamanho do horizonte de planejamento na resolução dos problemas. Na segunda etapa, o comportamento dos reservatórios e a política de acionamento das bombas para os modelos (1) – (9) e (10) – (15) é analisada. Finalmente, na terceira etapa, avalia-se o impacto de vazamentos existente na rede na política de planejamento.

### 3.1 Estudo do horizonte de planejamento

Para o modelo linear (10) – (15) foram resolvidas instâncias com 2, 7 e 180 dias de planejamento, pois a solução ótima pôde ser obtida em tempo computacional razoável. O período de 180 dias foi escolhido para que fosse possível estimar parâmetros, tais como, custo médio, potência total, etc., tendo em vista um planejamento estratégico de longo prazo (orçamento, contratos com fornecedores de energia, recursos humanos). Desta forma, em 180 dias estes parâmetros podem ser significativamente representativos. Como as soluções para as seis instâncias de cada tamanho têm padrões semelhantes, as Figuras 4, 5 e 6 ilustram, respectivamente, os volumes de água nos reservatórios 1, 2 e 3 para uma das instâncias testadas. Para os horizontes com 7 e 180 dias, visando facilitar a visualização dos resultados, considera-se somente os 3 primeiros dias, pois o comportamento do volume de água nos reservatórios é semelhante para os demais. As demandas foram geradas de forma independente para cada horizonte de planejamento, de modo que os volumes de água dos reservatórios para 2, 7 e 180 dias podem diferir. No entanto, observa-se que existe um comportamento similar para os três reservatórios, isto é, antes dos horários de pico, há uma armazenagem de água, para que não seja necessário operar as bombas nesses períodos.

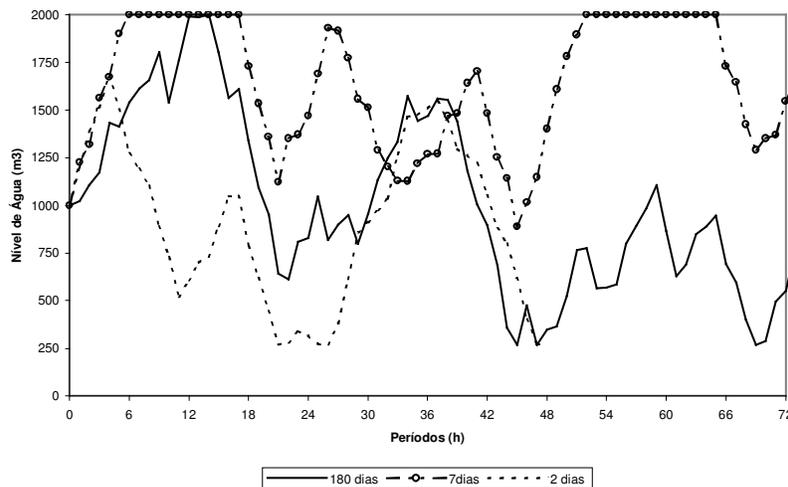


Figura 4 – Volume de água no reservatório 1.

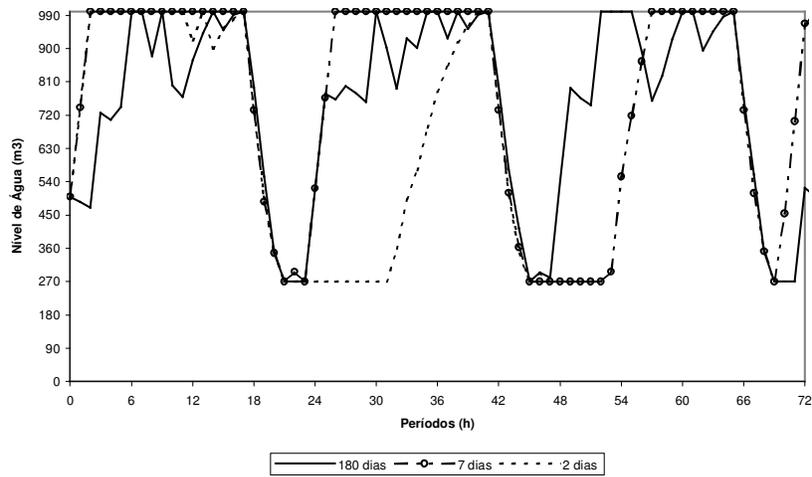


Figura 5 – Volume de água no reservatório 2.

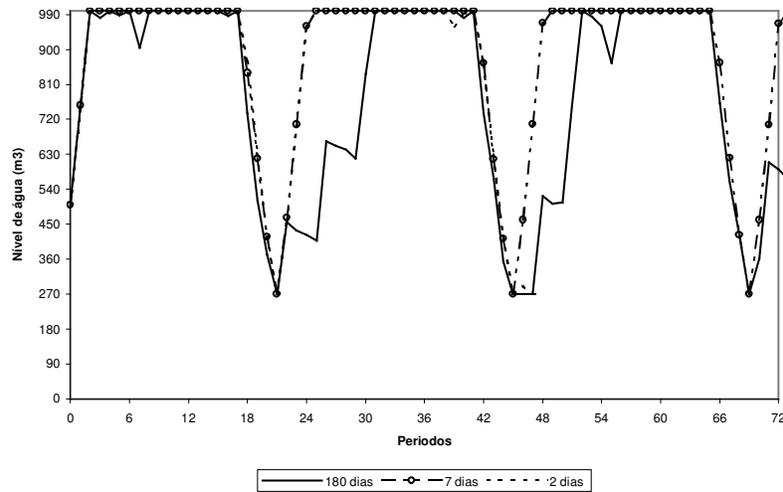
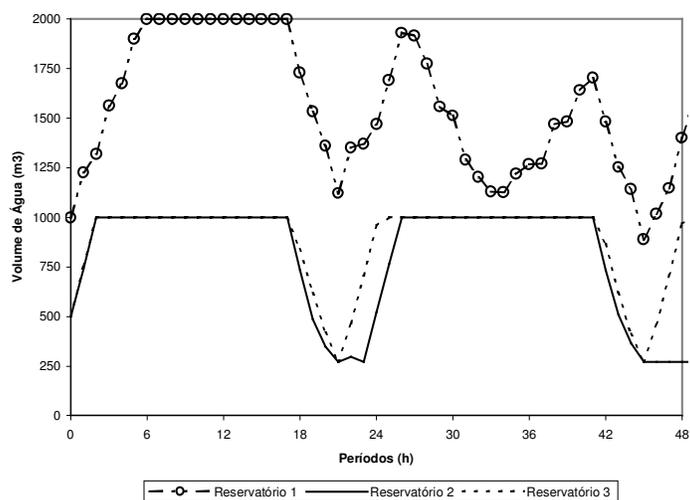


Figura 6 – Volume de água no reservatório 3.

### 3.2 Estudo dos modelos

Primeiramente, as soluções das seis instâncias geradas aleatoriamente obtidas pelo modelo (10) – (15) foram analisadas com relação ao período de planejamento e observou-se que as decisões de bombeamento de água seguem um padrão de comportamento. A Figura 7 ilustra o volume de água dos reservatórios ao longo dos dois primeiros dias para uma das seis instâncias com horizonte de planejamento de 7 dias. Nota-se que nos períodos que

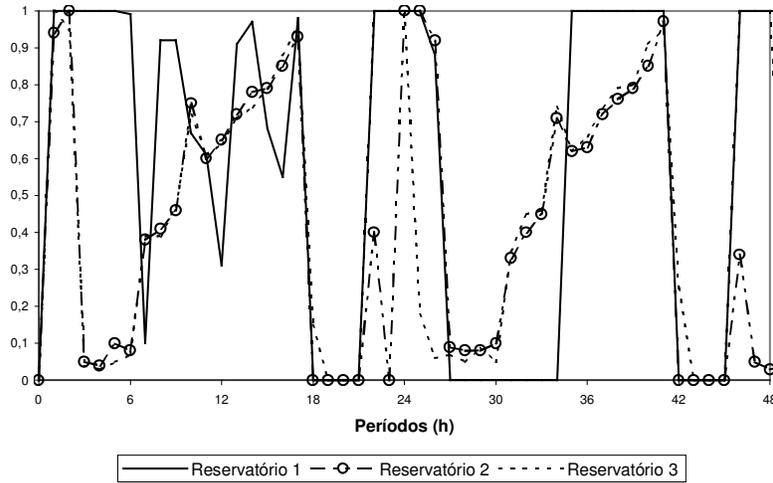
antecedem os períodos de ponta (custos de energia elétrica são elevados) é armazenado um volume de água suficiente para suprir as demandas desses períodos, conforme já notado anteriormente (Figuras 4, 5 e 6). A política ótima busca manter os reservatórios no volume máximo.



**Figura 7** – Volume dos reservatórios nos dois primeiros dias para  $T = 7$  (Modelo Linear).

Como os reservatórios têm tamanhos distintos, nos períodos de ponta o reservatório maior envia água para os demais. Como a transferência direta de 1 para 3 não é permitida, esta é realizada através do reservatório 2. Isso ocorre, pois a demanda nos três períodos críticos é bastante alta e os reservatórios 2 e 3 não conseguem atender a toda demanda sem que as bombas a eles associadas sejam acionadas.

A política de operação para as bombas durante os dois primeiros dias é apresentada na Figura 8. Como se pode observar, as bombas se mantêm desligadas ou são ligadas durante o período todo nos reservatórios 1, 2 e 3, respectivamente, 52%, 35% e 24% dos 168 períodos. Essa estratégia de operação quando aplicada na prática pode acarretar distorções, pois exige atenção especial dos operadores.



**Figura 8** – Política de operação das bombas (Modelo Linear).

Os problemas inteiros são problemas de otimização combinatória de difícil solução, logo encontrar sua solução ótima é mais custoso. Para os problemas gerados com horizonte de planejamento de 2 e 7 dias, respectivamente, o tempo médio de resolução do pacote CPLEX 7.5 foi de 4 e 143 segundos, considerando os problemas de 7 dias para os quais o CPLEX 7.5 obteve solução ótima. Para os problemas com 180 dias não foi encontrada nenhuma solução factível após meia hora de execução do pacote.

Também para os problemas inteiros, com 2 e 7 dias, pode-se observar que as decisões de bombeamento de água seguem um padrão. A Figura 9 ilustra o volume de água dos reservatórios para uma das seis instâncias com 7 dias. Pode-se notar que nos períodos que antecedem os períodos de ponta, é armazenado um volume de água suficiente para suprir as demandas desses períodos. No entanto, a política não mantém os reservatórios cheios, quando o volume dos reservatórios atinge o mínimo é que a solução volta a enchê-lo, como mostra a política de operação das bombas (ver Figura 10). Como se pode observar, a solução ótima busca manter por longos períodos a bomba ligada ou desligada, tem-se em média 91% dos períodos com a bomba ligada durante todo o período ou desligada, essa política é a mesma para os três reservatórios. Assim como para o modelo linear, no caso inteiro, também acontece o envio de água do reservatório maior para os menores nos períodos de ponta.

Para os exemplos testados, comparando o valor da solução ótima do modelo inteiro-misto e do modelo linear nota-se que, descontado o custo de preparação, o custo de ambos é o mesmo, o que mostra que as soluções são apenas soluções alternativas. O tempo de solução do modelo linear foi inferior a 1 segundo, enquanto o tempo de solução do modelo inteiro foi de 256 segundos. Se fosse avaliado apenas o tempo computacional necessário para resolver o modelo, certamente nossa escolha seria pelo modelo linear, no entanto, na prática a implantação da solução do modelo inteiro é mais simples, pois devido a penalização pela ligação das bombas, as mesmas são ligadas com menor frequência, mas por intervalos de tempo mais longos, o que facilita a operação real do sistema.

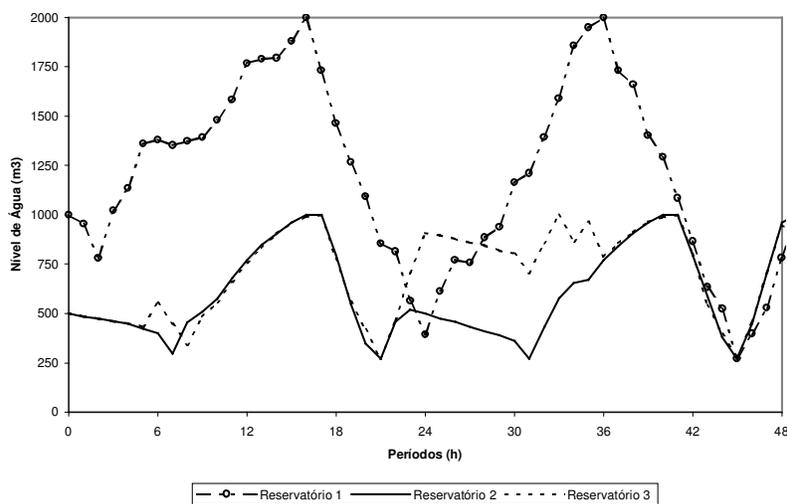


Figura 9 – Volume dos reservatórios para dois dias com  $T = 7$  (Modelo Inteiro).

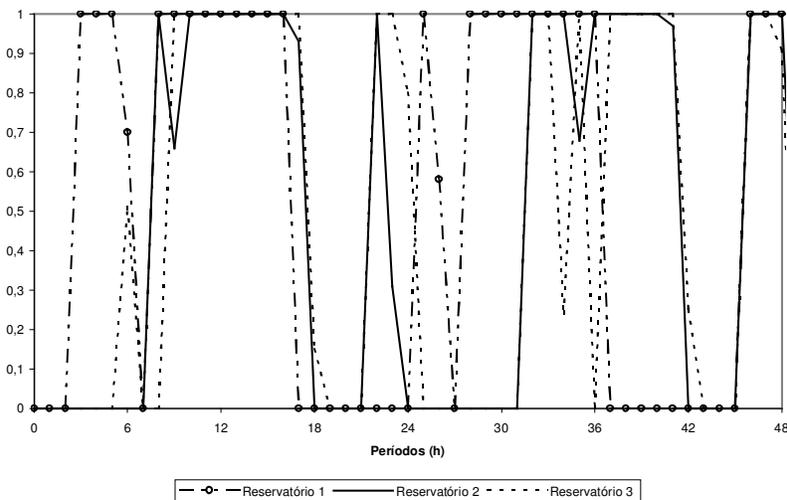


Figura 10 – Política de operação das bombas (Modelo Inteiro).

### 3.3 Vazamentos na rede

Pode-se ainda considerar a perda de água no sistema por vazamento na rede de distribuição, algo bastante comum em sistemas reais. Essas perdas são proporcionais ao volume de água dos reservatórios, uma vez que, quanto maior o volume mais pressão na rede e com isso a perda se torna mais significativa. Denota-se por  $\theta_j$  a fração do reservatório  $j$  perdida por vazamento durante o período  $t$  (essa perda ocorre ao longo do sistema de dutos ligados

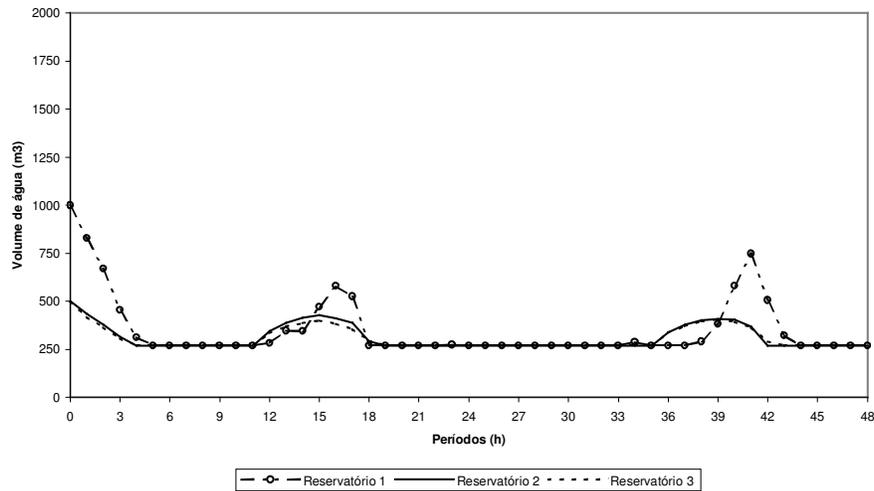
diretamente ao reservatório  $j$ ). Deste modo, nas equações (2) e (11) deve ser descontada a quantidade de água perdida  $\theta_{j,t-1}I_{j,t-1}$ , logo elas são reescritas como:

$$I_{jt} = (1 - \theta_{j,t-1})I_{j,t-1} + v_{jt}x_{jt} + \sum_{l \in P_j} w_{ljt}z_{ljt} - \sum_{l \in R_j} w_{jlt}z_{jlt} - \sum_{k \in S_j} d_{kt} \quad j = 1 \dots R, t = 1 \dots T.$$

Foram considerados para a análise dois valores para as perdas, 10% e 15%, e dois valores de custo de energia elétrica para os períodos de ponta, 60 unidades monetárias e 80 unidades monetárias. O valor mais alto impõe um custo de energia maior que o custo de perda de água quando esta é de 15%.

Para o modelo (10) – (15), os resultados obtidos para todas as instâncias foram semelhantes independentemente do tamanho do horizonte de planejamento. Quando os testes para o modelo (1) – (9) foram realizados, apenas as instâncias com 2 dias de planejamento foram resolvidas otimamente em tempo computacional limitado a 30 minutos. Para as instâncias com 7 dias de horizonte de planejamento, não foi possível encontrar uma solução ótima quando perdas foram consideradas (tanto para 10% como para 15%) e para o horizonte de planejamento de 180 dias, nem mesmo uma solução factível foi encontrada em 30 minutos.

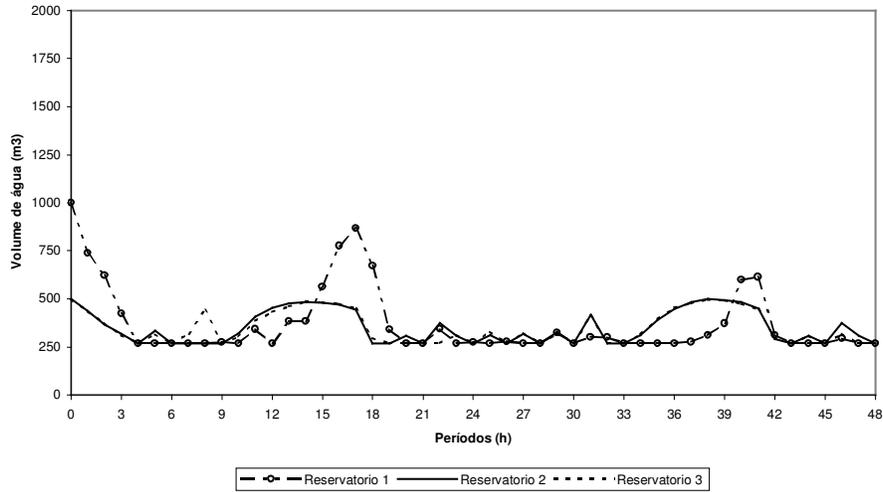
Como já era esperado, quanto maior a perda, a política ótima tende a manter os reservatórios com os volumes mínimos permitidos, não enchendo totalmente os reservatórios, mesmo nos períodos que antecedem aos períodos de ponta (ver Figuras 11 e 12). O comportamento da bomba é similar ao já discutido anteriormente (ver Figuras 8 e 10). Neste caso, torna-se muito importante aplicar o modelo sob a ótica de horizonte rolante, uma vez que ele é mais susceptível a eventos aleatórios.



**Figura 11** – Volume dos reservatórios com  $T = 2$  (Modelo Linear).

Quanto à variação dos custos, observa-se nas Tabelas 2 e 3, que as perdas de água, nos modelos, introduzem um aumento significativo do custo total de operação do sistema (dado pelas funções objetivo (1) e (10)), o que confirma a necessidade de investimento para melhoria das redes de distribuição de água. A Tabela 2 fornece a relação entre as soluções

com perda e sem perda de água, dada por:  $\frac{f^{sp} - f^{cp}}{f^{sp}} \times 100$ , em que  $f^{sp}$  e  $f^{cp}$  são, respectivamente, os valores da função objetivo (10) sem perdas e com perdas (as perdas consideradas são:  $\theta_i = 0,10$  e  $0,15$ ). De forma análoga, a Tabela 3 mostra os resultados considerando o modelo inteiro (1) – (9).



**Figura 12** – Volume dos reservatórios com  $T = 2$  (Modelo Inteiro).

**Tabela 2** – Variação do custo total quando perdas são introduzidas (Modelo Linear).

dias	Perda (Custo 60)		Perda (Custo 80)	
	10%	15%	10%	15%
<b>2</b>	46%	62%	60%	79%
<b>7</b>	43%	58%	56%	75%
<b>180</b>	44%	57%	55%	74%

**Tabela 3** – Variação do custo total quando perdas são introduzidas (Modelo Inteiro – 2 dias).

Instâncias	Perda (Custo 60)		Perda (Custo 80)	
	10%	15%	10%	15%
<b>2 dias</b>	10%	15%	10%	15%
<b>E1</b>	47%	63%	60%	79%
<b>E2</b>	49%	64%	63%	83%
<b>E3</b>	50%	66%	62%	83%
<b>E4</b>	50%	66%	63%	84%
<b>E5</b>	49%	64%	62%	82%
<b>E6</b>	48%	65%	60%	80%
<b>Média</b>	49%	65%	62%	82%

#### 4. Conclusões e Perspectivas Futuras

O problema estudado neste trabalho focaliza a economia de energia elétrica utilizada no acionamento de bombas hidráulicas para o abastecimento de água em redes urbanas. As bombas são utilizadas para levar água de poços artesianos a reservatórios distribuídos pelos bairros da cidade, de onde a população será atendida por força gravitacional.

Foram propostos dois modelos alternativos para representar as características do problema, cujo objetivo é minimizar o custo de energia elétrica e atender a demanda dos bairros da rede urbana. O primeiro modelo proposto é um modelo de otimização inteira mista, em que é considerado o custo de partida para as bombas hidráulicas que visa evitar a ligação intermitente. Na segunda abordagem não são considerados esses custos, portanto, o modelo é linear.

As soluções obtidas pelos dois modelos para a simulação do estudo de caso de parte dos bairros da cidade de São Carlos são equivalentes, porém, como já era esperado, o modelo inteiro-misto levou a um programa de operação das bombas mais conciso, ou seja, as bombas são ligadas um menor número de vezes, o que proporciona a facilidade de operação do sistema. Sendo esta solução mais viável na prática.

Embora o modelo inteiro-misto seja mais adequado, ele pertence à classe de problemas combinatórios e para casos em que o número de períodos, de bairros e de reservatórios é muito grande, pode-se não conseguir obter a solução ótima do problema em tempo computacional razoável, o que tornaria necessário o desenvolvimento de heurísticas para sua resolução.

A análise de vazamento na rede mostrou que o investimento na melhoria da mesma é vantajoso economicamente, pois mesmo em curto prazo a economia na operação do sistema é significativa.

Os modelos propostos podem ser facilmente adaptados ao sistema de distribuição de água de outras cidades e com sua aplicação propiciar uma operação econômica dos mesmos.

#### Agradecimentos

Os autores agradecem aos revisores anônimos da revista Pesquisa Operacional, cujas sugestões melhoraram a qualidade do artigo. Esta pesquisa contou com apoio financeiro da FAPESP e do CNPq.

#### Referências Bibliográficas

- (1) Bannwart, A.C. (2001). Bubble Analogy and Stabilization of Core-Annular Flow. *Journal of Energy Resources Technology -Transactions of the ASME*, **123**, 127-132.
- (2) Barbosa, P.R. & Seleglim Jr, P. (2002). Optimization of energy consumption in pneumatic conveying systems by active control of the flow regime. *Proceedings of the International Heat Transfer Conference*, **1**, 1-9, Grenoble.
- (3) Castillo, L. & Gonzalez, A. (1998). Distribution Network Optimization: Finding the Most Economic Solution by Using Genetic Algorithms. *European Journal of Operational Research*, **108**, 527-537.
- (4) Cembrano, G.; Wells, G.; Quevedo, J.; Pérez, R. & Argelaguet, R. (2000). Optimal Control of a Water Distribution Network in a Supervisory Control System. *Control Engineering Practice*, **8**, 1177-1188.

- (5) Cunha, M.D. & Sousa, J. (1999). Water Distribution Network Design Optimization: Simulated Annealing Approach. *Journal of Water Resources Planning and Management-ASCE*, **125**, 215-221.
- (6) Costa, A.L.H.; de Medeiros, J.L. & Pessoa, F.L.P. (2001). Global Optimization of Water Distribution Networks through a Reduced Space Branch-and-Bound Search. *Water Resources Research*, **37**, 1083-1090.
- (7) Eker, I.; Grimble, M.J. & Kara, T. (2003). Operation and simulation of city of Gaziantep water supply system in Turkey. *Renewable Energy*, **28**, 901-916.
- (8) Montesinos, P.; Garcia-Guzman, A. & Ayuso, J.L. (1999). Water Distribution Network Optimization Using a Modified Genetic Algorithm. *Water Resources Research*, **35**, 3467-3473.
- (9) Santos, J.N. & Seleglim Jr., P. (2005). Optimized Strategies for Fluid Transport and Reservoirs Management. *Revista Minerva – Pesquisa & Tecnologia*, **2**, 91-98.
- (10) Savic, A.D.; Walters, G.A. & Atkinson, R.M. (1999). Genetic Algorithm Optimization of Large Water Distribution System Expansion. *Measurement & Control*, **32**, 104-109.
- (11) Seleglim Jr, P. (2004). Otimização operacional da estação do Santa Felícia. Relatório Técnico – EESC-USP.
- (12) Seleglim Jr, P. (2003). Otimização operacional do reservatório do Douradinho. Relatório Técnico – EESC-USP.
- (13) Sherali, H.D.; Subramanian, S. & Loganathan, G.V. (2001). Effective Relaxations and Partitioning Schemes for Solving Water Distribution Network Design Problems to Global Optimality. *Journal of Global Optimization*, **19**, 1-26.
- (14) Shin, H.G. & Park, H. (2000). An Optimal Design of Water Distribution Networks with Hydraulic-Connectivity. *Journal of Water Services Research and Technology*, **49**, 219-227.
- (15) Sokolichin, A.; Borchers, O. & Eigenberger, G. (2000). Hydrodynamics of Gas-Liquid Bubble Columns and Air-Lift Loop Reactors: Experiments and Numerical Simulations. *Oil & Gas Science and Technology*, **55**, 395-396.
- (16) Vairavamoorthy, K. & Ali, M. (2000). Optimal Design of Water Distribution Systems Using Genetic Algorithms. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, **15**, 374-382.
- (17) Wu, Z.Y. & Simpson, A.R. (2001). Competent Genetic-Evolutionary Optimization of Water Distribution Systems. *Journal of Computing in Civil Engineering*, **15**, 89-101.
- (18) Xu, C.C. & Goulter, I.C. (1999). Reliability-Based Optimal Design of Water Distribution Networks. *Journal of Water Resources Planning and Management-ASCE*, **125**, 352-362.
- (19) Zoppou, C. & Reed, M. (2001). Water Distribution Network Design Optimization: Simulated Annealing Approach – Discussion. *Journal of Water Resources Planning and Management-ASCE*, **127**, 69-70.