

IDENTIFICAÇÃO DE MUDANÇAS NA TAXA DE CRIMINALIDADE NO ENTORNO DA UNIMONTES

Marcos Flávio Silveira Vasconcelos D Angelo

Universidade Estadual de Montes Claros
Departamento de Ciência da Computação
marcos.dangelo@unimontes.br

Karla Mayra Santana Maia

Universidade Estadual de Montes Claros
Departamento de Ciência da Computação
kmayra5@gmail.com

Maria Ângela Figueiredo Braga

Universidade Estadual de Montes Claros
Departamento de Ciências Sociais e Políticas
angela.shakti@yahoo.com.br

Resumo

O presente trabalho propõe o uso de detecção de pontos de mudança para a identificação de alteração na taxa de criminalidade no entorno da Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES) na cidade de Montes Claros – MG. A metodologia usada para detecção de pontos de mudança é baseada na utilização do algoritmo Metropolis-Hastings em séries temporais sempre modeladas como um processo com distribuição *beta*. Isso foi possível através da utilização de agrupamentos *fuzzy* na série temporal, ou seja, o que será apresentado para o algoritmo Metropolis-Hastings são dados com uma distribuição *beta*.

Palavras-chave: Ponto de mudança, taxa de criminalidade, conjuntos *fuzzy*, teoria *Bayesiana*.

Abstract

This present work proposes the use of change point detection for the identification of change in crime rate around of UNIMONTES. In this paper, it will be presented a methodology of use of the Metropolis-Hastings algorithm in time series always shaped as a process with *beta* distribution. This was achieved through the use of fuzzy clusters in the time series, i.e., dates with a *beta* distribution are always presented for the Metropolis-Hastings algorithm.

Keywords: Change point, crime rate, fuzzy sets, Bayesian theory.

1 INTRODUÇÃO

O crescimento da violência criminal, ao longo da última década, vem enfatizando a necessidade de políticas de segurança pública eficazes. Nota-se também o crescimento da preocupação e da insatisfação da população em relação à segurança. Como contribuição para esse processo, tentar-se-á apresentar neste trabalho uma interpretação de fenômenos e tendências recorrentes na Política, estruturada a partir de uma teoria estatística, mais precisamente a Teoria *Bayesiana*, para detecção de mudanças no índice de criminalidade a partir de programas de segurança pública implantadas pelo Comando da Polícia Militar do Estado de Minas Gerais.

Vários são os trabalhos que abordam o problema de detecção de pontos de mudança, como em séries financeiras (OH e outros, 2005), séries ecológicas (BECKAGE e outros, 2007), detecção de falhas (D'ANGELO e outros, 2011a) e (D'ANGELO e outros, 2011b) etc. As principais técnicas para detecção de pontos de mudança apresentadas na literatura são baseadas em testes estatísticos e abordagens *Bayesianas*. O teste estatístico mais comum no problema de detecção de pontos de mudança é o CUSUM (*Cumulative Sum*) e no contexto de análise *Bayesiana* são largamente utilizados os métodos Monte Carlo Markov Chain (MCMC). Existem também abordagens alternativas, como por exemplo, uma abordagem proposta em WU e CHEN (1999) que usa entropia *fuzzy* associada a uma variação do CUSUM. O teste CUSUM proposto por HINKEY (1971) é largamente utilizado na detecção de pontos de mudança, e suas modificações e extensões podem ser vistas em HADJILIADIS e MOUSTAKIDES (2006), LEE e outros (2006a), e LEE e outros (2006b), bem como suas aplicações. No contexto de abordagens *Bayesianas* temos como referência o trabalho de BARRY e HARTIGAN (1993), que utiliza o modelo partição produto (mpp) para a identificação de pontos de mudança na média de dados com distribuição normal. Em LOSCHI e CRUZ (2005b) a probabilidade *a posteriori* de um instante ser um ponto de mudança é usada como medida de evidência de que o comportamento de uma sequência de dados mude em algum instante. Em LOSCHI e CRUZ (2005a) é avaliada a eficiência da medida na identificação de mudanças, propostas em LOSCHI e CRUZ (2005b), na taxa da distribuição *Poisson*, em dados sequencialmente observados, sendo feita a comparação com a medida proposta por HARTIGAN (1990).

Entretanto, todos esses trabalhos exigem algum conhecimento *a priori* do comportamento estatístico da série temporal, por exemplo, qual tipo de distribuição que melhor representa seu comportamento dinâmico. Neste trabalho será utilizada uma abordagem proposta por D'ANGELO e outros (2011c) onde não é preciso ter esse conhecimento *a priori* sobre a série temporal.

O principal objetivo deste trabalho é explorar a aplicação da teoria *Bayesiana*, como proposto em D'ANGELO e outros (2011c), no problema de detecção de mudanças na taxa de criminalidade visando atender a crescente demanda de uma política de segurança pública eficiente. Mesmo com a vasta gama de abordagens propostas ao longo dos anos, acredita-se que relacionando a teoria de conjuntos *fuzzy* à teoria *Bayesiana*, trará ao Comando da Polícia Militar do Estado de Minas Gerais uma nova metodologia para detecção de eficiência dos programas implantados, sob o ponto de vista de confiabilidade e segurança nos resultados.

2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A detecção de pontos de mudança em uma sequência de dados que represente com consistência o comportamento de um sistema dinâmico, será considerado, no decorrer do texto, como evidência de mudança.

Neste trabalho é proposta uma abordagem onde não é preciso algum conhecimento *a priori* do comportamento estatístico da série temporal, será mostrado empiricamente que uma classe de séries temporais, após sofrer uma transformação definida por operações *fuzzy*, sempre conduz a séries que podem ser adequadamente aproximadas por séries com distribuição *beta*. A

parametrização da distribuição *beta*, portanto, é utilizada para substituir o conhecimento *a priori* a respeito da série temporal.

2.1 QUANTIZAÇÃO DA SÉRIE TEMPORAL

A teoria dos conjuntos *fuzzy*, proposta por ZADEH (1965), tem recebido muita atenção recentemente, não somente no âmbito de desenvolvimentos teóricos, mas também em aplicações. Uma de suas principais aplicações ocorre em métodos de agrupamentos, visto que os métodos clássicos de agrupamentos separam os dados em k categorias, e em muitos casos, alguns elementos não podem pertencer a uma categoria específica, pois pertencem a duas ou mais categorias simultaneamente. Utilizar métodos de agrupamentos *fuzzy* é uma boa maneira de resolver tal problema, pois, diferente da abordagem clássica, um elemento pode pertencer a mais de uma categoria simultaneamente. Nessa seção é proposta uma alternativa de quantização da série temporal, através de agrupamento *fuzzy*, para ser utilizada no algoritmo Metropolis-Hastings, como mostrado a seguir. No decorrer desta seção serão utilizadas as seguintes séries temporais¹.

$$y(t) = \begin{cases} p_1 + 0.1 * \mathcal{E}(t) - 0.1 * \mathcal{E}(t - 1), & \text{se } t \leq m, \\ p_2 + 0.1 * \mathcal{E}(t) - 0.1 * \mathcal{E}(t - 1), & \text{se } t > m \end{cases} \quad (2.1)$$

$$y(t) = \begin{cases} p_1 + 0.1 * \mathcal{E}(t) - 0.1 * \mathcal{E}(t - 1), & \text{se } t \leq m_1, \\ (t - m_1) \frac{p_2 - p_1}{m_2 - m_1} + p_1 + 0.1 * \mathcal{E}(t - 1), & \text{se } t > m_1 \text{ e } t \leq m_2, \\ p_2 + 0.1 * \mathcal{E}(t) - 0.1 * \mathcal{E}(t - 1), & \text{se } t > m_2 \end{cases} \quad (2.2)$$

sendo p_1 o primeiro ponto de operação, p_2 o segundo ponto de operação, $e(t)$ é um ruído com distribuição $\pi(\cdot)$, m é o ponto de mudança para (2.1) e $[m_1, m_2]$ é o intervalo onde ocorre o ponto de mudança em (2.2).

Definição (Agrupamento fuzzy): Seja $y(t)$ uma série temporal, e considere um inteiro positivo k . Defina o conjunto:

$$C = \{C_i \mid \min\{y(t)\} \leq C_i \leq \max\{y(t)\}, i = 1, 2, \dots, k\}$$

que resolve o problema de minimização:

$$\min \sum_{i=1}^k \sum_{\mu_i(t) \in C_i} \|\mu_i(t) - C_i\|^2 \quad (2.3)$$

então $C = \{C_i, i = 1, 2, \dots, k\}$, que minimiza (2.3), é o conjunto de centros da série temporal $y(t)$. Em (2.3),

$$\mu_i(t) = \left[\sum_{j=1}^k \frac{\|y(t) - C_j\|^2}{\|y(t) - C_j\|^2} \right]^{-1} \quad (2.4)$$

é o grau de pertinência *fuzzy* de $y(t)$ em relação a cada centro C_i .

Repare que, tendo em conta um conjunto C de centros, a tarefa de medir a distância de cada ponto na série temporal $y(t)$ a cada centro C_i é fácil, o problema é encontrar os centros que

¹ Note que estas séries temporais foram introduzidas somente para ilustrar os passos da metodologia proposta.

resolvam (2.3). Para resolver esse problema existem várias abordagens, por exemplo, K-means (KAUFMAN e ROUSSEEUW, 1990), C-means (BEZDEK, 1981), rede de Kohonen (KOHONEN, 2001), etc. Neste trabalho, uma abordagem via rede de Kohonen foi usada. A seguir é descrito o procedimento de quantização da série temporal:

1. Apresente a série temporal $y(t)$ (dada em (2.1) ou (2.2) e ilustradas nas Figuras 1(a) e 1(b));
2. Encontre um conjunto k de centros (nesse caso dois centros), $C = \{C_i, \min\{y(t)\} \leq C_i \leq \max\{y(t)\}, i = 1, 2\}$, que minimize a distância euclidiana conforme (2.3) e ilustrados nas Figuras 1(a) e 1(b) considerando, por exemplo, as séries temporais (2.1) e (2.2).
3. Calcule o grau de pertinência *fuzzy* como dado em (2.4), para cada amostra da série temporal, $y(t)$, em relação a cada centro C_i (como ilustrado nas Figuras 1(c) e 1(d) considerando, por exemplo, as séries temporais (2.1) e (2.2).

Repare que, uma vez que a ideia é encontrar apenas um ponto de mudança, apenas dois centros serão encontrados. A função $\mu_1(t)$ define a nova série temporal em que o ponto de mudança deverá ser detectado. Tomando novamente a série temporal $y(t)$ em (2.1), a Figura 2 ilustra o histograma do grau de pertinência *fuzzy* $\mu_1(t)$ para $t \leq 30$ (antes do ponto de mudança), e a Figura 3 ilustra o histograma de $\mu_1(t)$ para $t > 30$ (depois do ponto de mudança).

Para ilustrar a técnica proposta, as Figuras 4-9 apresentam os histogramas de $\mu_1(t)$ para $t \leq 100$ e $t > 100$, com $p_1 = 1$, $p_2 = 1.5$, $m = 100$, 200 amostras e diferentes distribuições para $e(t)$ na série temporal (2.1), a saber $U(0, 1)$ (distribuição uniforme) nas Figuras 4 e 5, $N(0, 1)$ (distribuição normal(0,1)) na Figuras 6 e 7, e $t(5)$ (distribuição student's-t(5)) nas Figuras 8 e 9, respectivamente. Além disso, é evidente que as distribuições de $\mu_1(t)$, de acordo com (2.4), estão confinados em $[0, 1]$, como mostrado a seguir:

- se $y(t) \rightarrow C_1$ então $\mu_1(t), \rightarrow 1-$
- se $y(t) \rightarrow C_2$ então $\mu_1(t), \rightarrow 0+$
- se $C_1 \rightarrow C_2$ então $\mu_1(t), \rightarrow 1/2$
- se $y(t) \in [C_1, C_2]$ então $\mu_1(t), \in [0, 1]$

e usando a divergência de Kullback-Leibler (KULLBACK and LEIBLER, 1951) pode-se concluir que a distribuição de $\mu_1(t)$, como ilustrado nas Figuras 4-9, segue uma família de distribuições beta com diferentes parâmetros de entrada: para $\mu_1(t)$, $t \leq 100$, tem-se uma distribuição $beta(a,b)$, ou uma distribuição $beta(c,d)$, se $t > 100$. Essa quantização da série temporal garante que $\mu_1(t)$, (a nova série temporal) pode ser sempre aproximada por uma função de distribuição *beta*, esse modelo fixo será usado na formulação *bayesiana* para detectar ponto de mudança. Neste trabalho, será utilizado o algoritmo Metropolis-Hastings, uma vez que se trata de uma estratégia simples e eficiente.

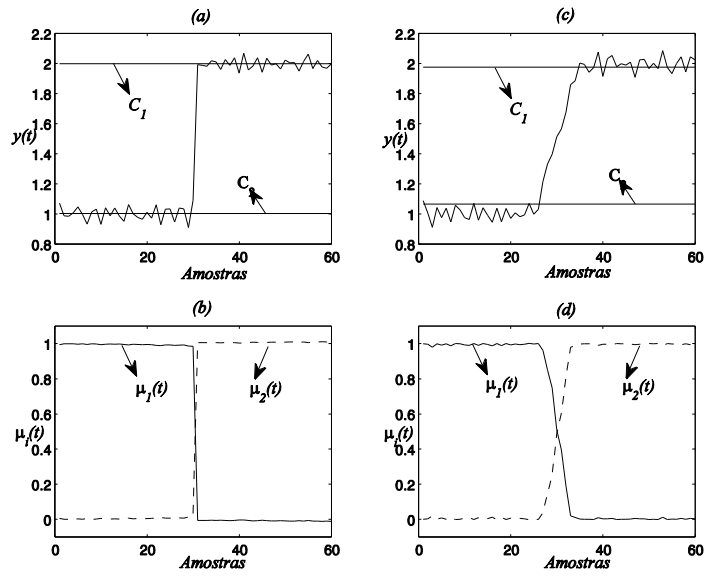


Figura 1 - (a) Centros da série temporal para $y(t)$ dada em (2.1); (b) Funções de pertinência, $\mu_1(t)$ (-) e $\mu_2(t)$ (—) para $y(t)$ em (2.1); (c) Centros da série temporal para $y(t)$ dada em (2.2); (d) Funções de pertinência, $\mu_1(t)$ (-) e $\mu_2(t)$ (—) para $y(t)$ em (2.2).

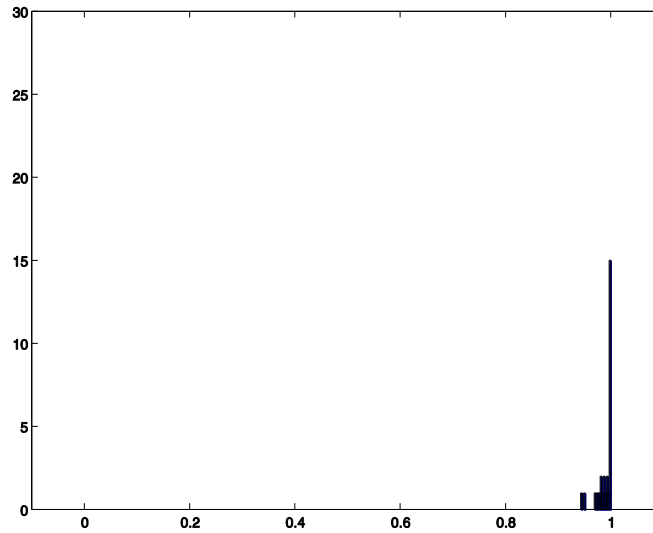


Figura 2 - Histograma do grau de pertinência fuzzy $\mu_1(t)$ para $t \leq 30$.

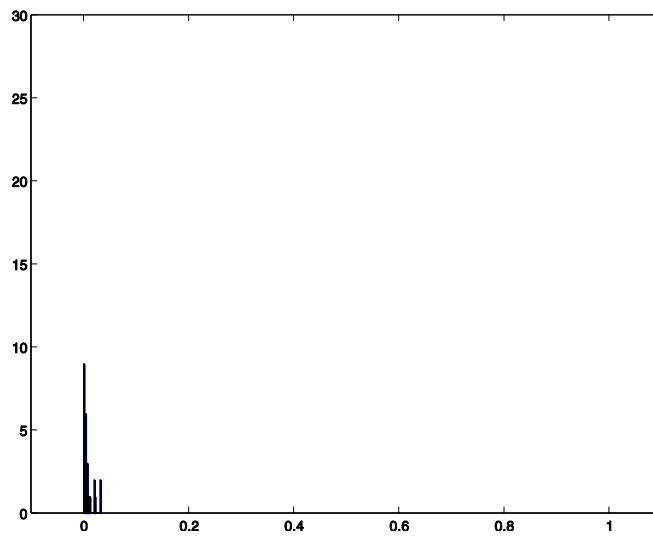


Figura 3 - Histograma do grau de pertinência *fuzzy* $\mu_1(t)$ para $t > 30$.

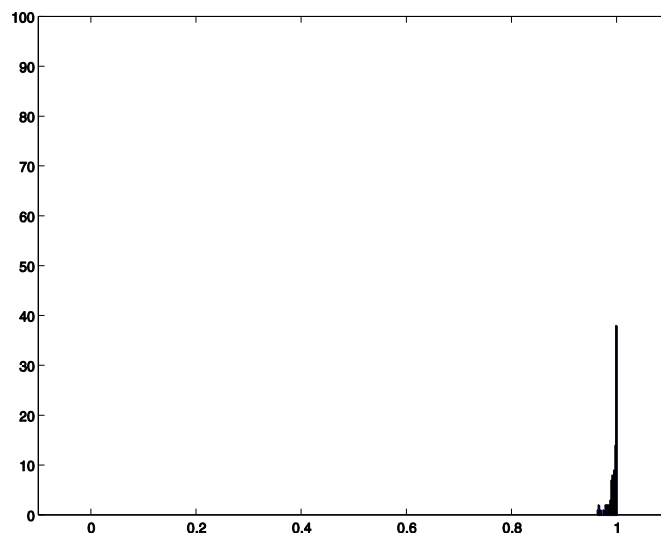


Figura 4 - Histograma do grau de pertinência *fuzzy* $\mu_1(t)$ para $t \leq 100$ e $e(t) \sim U(0, 1)$.

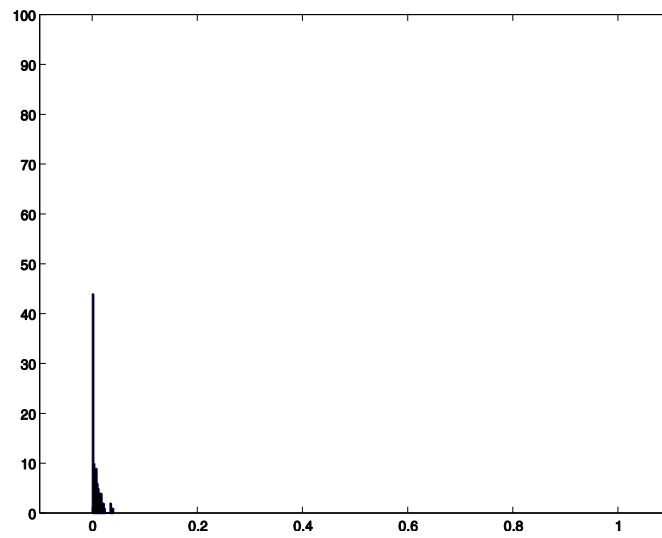


Figura 5 - Histograma do grau de pertinência fuzzy $\mu_1(t)$ para $t > 100$ e $e(t) \sim U(0, 1)$.

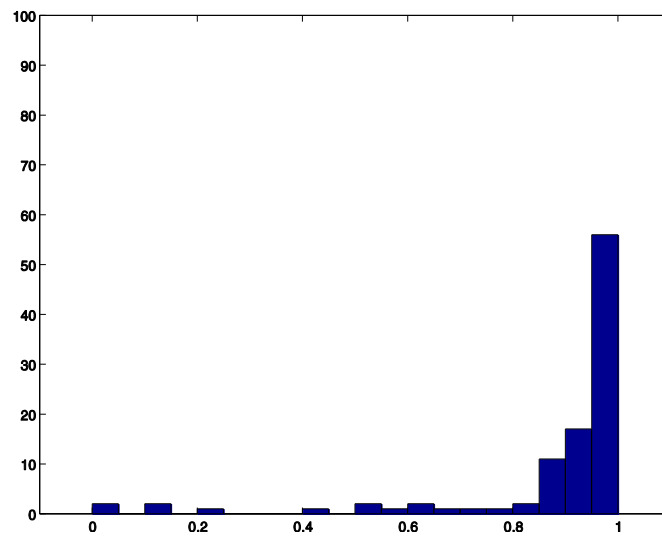


Figura 6 - Histograma do grau de pertinência fuzzy $\mu_1(t)$ para $t \leq 100$ e $e(t) \sim N(0, 1)$.

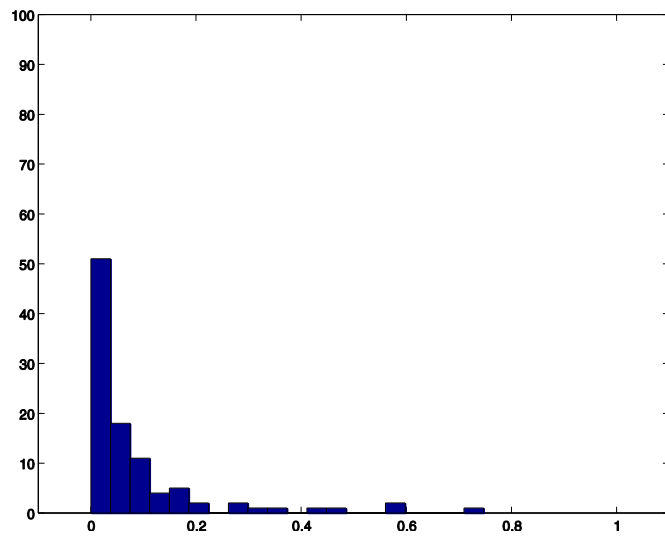


Figura 7 - Histograma do grau de pertinência fuzzy $\mu_1(t)$ para $t > 100$ e $e(t) \sim N(0, 1)$.

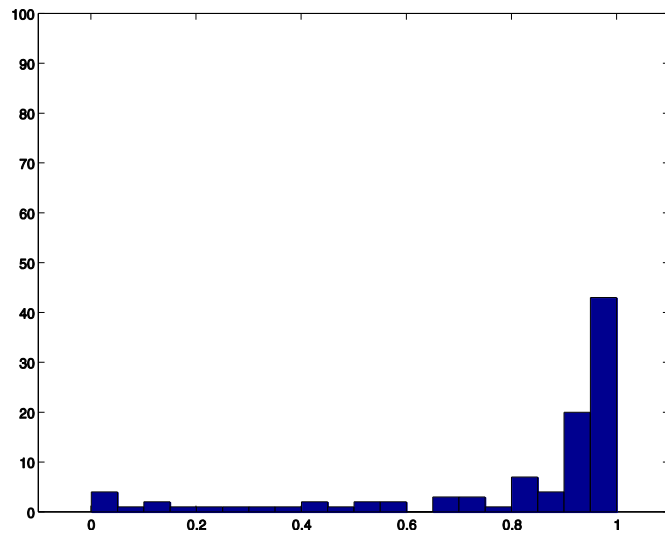


Figura 8 - Histograma do grau de pertinência fuzzy $\mu_1(t)$ para $t \leq 100$ e $e(t) \sim t(5)$.

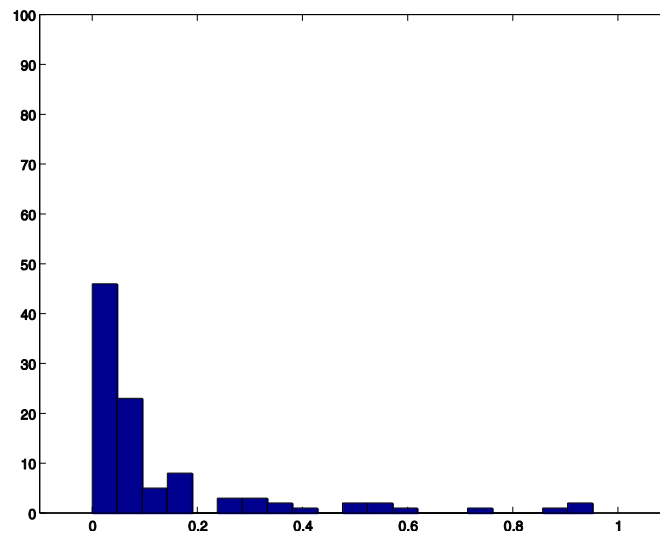


Figura 9 - Histograma do grau de pertinência fuzzy $\mu_1(t)$ para $t > 100$ e $e(t) \sim t(5)$.

2.2 MODELO DE IDENTIFICAÇÃO DE PONTO DE MUDANÇA

O algoritmo Metropolis-Hastings (GAMERMAN, 1997) será usado para detectar ponto de mudança em séries temporais, sendo que seu objetivo é construir uma cadeia Markov que tem uma determinada distribuição equilíbrio π . Defina uma cadeia de Markov como segue. Se $X_i = x_i$, então gere um valor candidato y a partir de uma distribuição com densidade $fY | (y) = q(x_i, y)$. A função $q(\cdot)$ é conhecida como o núcleo de transição da cadeia de Markov. O valor candidato Y é aceito ou rejeitado com probabilidade de aceitação:

$$\alpha(x, y) = \min = \left(1, \frac{\pi(y) q(y, x_i)}{\pi(x_i) q(x_i, y)} \right)$$

Se a candidata for aceita, faça $X_{i+1} = Y$, caso contrário faça $X_{i+1} = X_i$. Assim, se a candidata for rejeitada, a cadeia de Markov repete a sequência de estados. É possível mostrar que, em condições gerais a sequência X_0, X_1, X_2, \dots é uma cadeia de Markov com distribuição de equilíbrio π .

Em termos práticos, o algoritmo Metropolis-Hastings pode ser especificado pelos seguintes passos:

1. Escolha um valor inicial x_0 , o número de iterações, R , e faça o contador de iterações $r = 0$;
2. Gere um valor candidato $y \sim q(x_i, \cdot)$;
3. Calcule a probabilidade de aceitação em (2.5) e gere $u \sim U(0, 1)$;
4. Calcule o novo valor do estado atual:

$$x_{i+1} = \begin{cases} y, & \text{se } \alpha(x, y) \geq u, \\ x_i, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

5. Se $r < R$, retorne ao passo 2. Caso contrário pare.

Note que, como discutido na seção anterior, a técnica de quantização gera uma série temporal transformada com a seguinte distribuição de probabilidade:

$$y(t) \sim \text{beta}(a, b), \text{ para } t = 1, \dots, m$$

$$y(t) \sim \text{beta}(c, d), \text{ para } t = m + 1, \dots, n$$

Os parâmetros a serem estimados pelo algoritmo Metropolis-Hastings são a, b, c, d e o ponto de mudança m . Nesse tipo de algoritmo, normalmente, a escolha de *prioris* pouco informativas são utilizadas, por exemplo:

$$a \sim \text{gamma}(0.1, 0.1)$$

$$b \sim \text{gamma}(0.1, 0.1)$$

$$c \sim \text{gamma}(0.1, 0.1)$$

$$d \sim \text{gamma}(0.1, 0.1)$$

$$m \sim U\{1, 2, \dots, n\}, \text{ com } p(m) = \frac{1}{n}$$

Essas distribuições, com parâmetros iguais a 0.1, foram escolhidas pelo fato de serem pouco informativas, com o objetivo de varrer todo o espaço paramétrico.

A função de verossimilhança será usada para o cálculo das distribuições de referência, e é dada por:

$$f(y|a, b, c, d, m) \sim \prod_{i=1}^m \frac{\tau(a+b)}{\tau(a)\tau(b)} y_i^{a-1} (1-y_i)^{b-1} \prod_{i=m+1}^n \frac{\tau(c+d)}{\tau(c)\tau(d)} y_i^{c-1} (1-y_i)^{d-1} \quad (2.6)$$

Os núcleos de transição das distribuições de referência são calculadas a partir das *prioris* dos parâmetros como a seguir:

1. O núcleo de transição da distribuição de referência para o parâmetro a :

$$\begin{aligned} & \frac{\pi(a^*) q(a^*, a_{i-1})}{(a_{i-1}) q(a_{i-1}, a^*)} \\ &= \frac{\pi(a^*) f(y|a^*, b^{i-1}, c^{i-1}, d^{i-1}, m^{i-1}) \pi(a^*) \pi(b^{i-1}) \pi(c^{i-1}) \pi(d^{i-1}) \pi(m^{i-1})}{\pi(a_{i-1}) f(y|a^{i-1}, b^{i-1}, c^{i-1}, d^{i-1}, m^{i-1}) \pi(a^{i-1}) \pi(b^{i-1}) \pi(c^{i-1}) \pi(d^{i-1}) \pi(m^{i-1})} \\ &= \frac{\left[\frac{\tau(a^* + b^{i-1})}{\tau(a^*) \tau(b^{i-1})} \right]^{m^{i-1}} \left[\frac{\tau(c^{i-1} + d^{i-1})}{\tau(c^{i-1}) \tau(d^{i-1})} \right]^{n-m^{i-1}} \prod_{j=1}^{m^{i-1}} [y_j^{a^*-1} (1-y_j)^{b^{i-1}-1}]}{\left[\frac{\tau(a^{i-1} + b^{i-1})}{\tau(a^{i-1}) \tau(b^{i-1})} \right]^{m^{i-1}} \left[\frac{\tau(c^{i-1} + d^{i-1})}{\tau(c^{i-1}) \tau(d^{i-1})} \right]^{n-m^{i-1}} \prod_{j=1}^{m^{i-1}} [y_j^{a^{i-1}-1} (1-y_j)^{b^{i-1}-1}]} \\ & \times \frac{\prod_{j=m^{i-1}+1}^n [y_j^{c^{i-1}-1} (1-y_j)^{d^{i-1}-1}]}{\prod_{j=m^{i-1}+1}^n [y_j^{c^{i-1}-1} (1-y_j)^{d^{i-1}-1}]} \frac{0.1^{0.1} [\tau(0.1)]^{-1} a^{*0.1-1} e^{-0.1a^*}}{0.1^{0.1} [\tau(0.1)]^{-1} a^{i-1 \cdot 0.1-1} e^{-0.1a^{i-1}}} \\ &= \frac{\left[\frac{\tau(a^* + b^{i-1})}{\tau(a^*) \tau(b^{i-1})} \right]^{m^{i-1}} \prod_{j=1}^{m^{i-1}} y_j^{a^*-1} \left[\left[\frac{a^{i-1}}{a^*} \right]^{0.9} e^{-0.1(a^*-a^{i-1})} \right]^2}{\left[\frac{\tau(a^{i-1} + b^{i-1})}{\tau(a^{i-1}) \tau(b^{i-1})} \right]^{m^{i-1}} \prod_{j=1}^{m^{i-1}} y_j^{a^{i-1}-1}} \end{aligned}$$

2. O núcleo de transição da distribuição de referência para o parâmetro b :

$$\begin{aligned} & \frac{\pi(b^*) q(b^*, b_{i-1})}{(b_{i-1}) q(b_{i-1}, b^*)} \\ &= \frac{\pi(b^*) f(y|a^i, b^*, c^{i-1}, d^{i-1}, m^{i-1}) \pi(a^i) \pi(b^*) \pi(c^{i-1}) \pi(d^{i-1}) \pi(m^{i-1})}{\pi(b_{i-1}) f(y|a^i, b^{i-1}, c^{i-1}, d^{i-1}, m^{i-1}) \pi(a^i) \pi(b^{i-1}) \pi(c^{i-1}) \pi(d^{i-1}) \pi(m^{i-1})} \\ &= \frac{\left[\frac{\tau(a^i + b^*)}{\tau(a^i) \tau(b^*)} \right]^{m^{i-1}} \left[\frac{\tau(c^{i-1} + d^{i-1})}{\tau(c^{i-1}) \tau(d^{i-1})} \right]^{n-m^{i-1}} \prod_{j=1}^{m^{i-1}} [y_j^{a^{i-1}} (1 - y_j)^{b^* - 1}]}{\left[\frac{\tau(a^i + b^{i-1})}{\tau(a^i) \tau(b^{i-1})} \right]^{m^{i-1}} \left[\frac{\tau(c^{i-1} + d^{i-1})}{\tau(c^{i-1}) \tau(d^{i-1})} \right]^{n-m^{i-1}} \prod_{j=1}^{m^{i-1}} [y_j^{a^{i-1}-1} (1 - y_j)^{b^{i-1}-1}]} \\ &\times \frac{\prod_{j=m^{i-1}+1}^n [y_j^{c^{i-1}-1} (1 - y_j)^{d^{i-1}-1}] 0.1^{0.1} [\tau(0.1)]^{-1} b^{*0.1-1} e^{-0.1b^*}}{\prod_{j=m^{i-1}+1}^n [y_j^{c^{i-1}-1} (1 - y_j)^{d^{i-1}-1}] 0.1^{0.1} [\tau(0.1)]^{-1} b^{i-1 \cdot 0.1-1} e^{-0.1b^{i-1}}} \\ &= \frac{\left[\frac{\tau(a^i + b^*)}{\tau(a^i) \tau(b^*)} \right]^{m^{i-1}} \prod_{j=1}^{m^{i-1}} y_j^{b^* - 1} \left[\left[\frac{b^{i-1}}{b^*} \right]^{0.9} e^{-0.1(b^* - b^{i-1})} \right]^2}{\left[\frac{\tau(a^{i-1} + b^{i-1})}{\tau(a^{i-1})} \right]^{m^{i-1}} \prod_{j=1}^{m^{i-1}} y_j^{b^{i-1} - 1}} \end{aligned}$$

3. O núcleo de transição da distribuição de referência para o parâmetro c :

$$\begin{aligned} & \frac{\pi(c^*) q(c^*, c_{i-1})}{(c_{i-1}) q(c_{i-1}, c^*)} \\ &= \frac{\pi(c^*) f(y|a^i, b^i, c^*, d^{i-1}, m^{i-1}) \pi(a^i) \pi(b^{i-1}) \pi(c^*) \pi(d^{i-1}) \pi(m^{i-1})}{\pi(c_{i-1}) f(y|a^i, b^i, c^{i-1}, d^{i-1}, m^{i-1}) \pi(a^i) \pi(b^{i-1}) \pi(c^{i-1}) \pi(d^{i-1}) \pi(m^{i-1})} \\ &= \frac{\left[\frac{\tau(a^i + b^i)}{\tau(a^i) \tau(b^i)} \right]^{m^{i-1}} \left[\frac{\tau(c^* + d^{i-1})}{\tau(c^*) \tau(d^{i-1})} \right]^{n-m^{i-1}} \prod_{j=1}^{m^{i-1}} [y_j^{a^{i-1}} (1 - y_j)^{b^{i-1}}]}{\left[\frac{\tau(a^i + b^{i-1})}{\tau(a^i) \tau(b^{i-1})} \right]^{m^{i-1}} \left[\frac{\tau(c^{i-1} + d^{i-1})}{\tau(c^{i-1}) \tau(d^{i-1})} \right]^{n-m^{i-1}} \prod_{j=1}^{m^{i-1}} [y_j^{a^{i-1}} (1 - y_j)^{b^{i-1}}]} \\ &\times \frac{\prod_{j=m^{i-1}+1}^n [y_j^{c^*-1} (1 - y_j)^{d^{i-1}-1}] 0.1^{0.1} [\tau(0.1)]^{-1} c^{*0.1-1} e^{-0.1c^*}}{\prod_{j=m^{i-1}+1}^n [y_j^{c^{i-1}-1} (1 - y_j)^{d^{i-1}-1}] 0.1^{0.1} [\tau(0.1)]^{-1} c^{i-1 \cdot 0.1-1} e^{-0.1c^{i-1}}} \end{aligned}$$

$$= \frac{\left[\frac{\tau(c^* + d^{i-1})}{\tau(c^*)\tau(d^{i-1})} \right]^{m^{i-1}} \prod_{j=1}^{m^{i-1}} y_j^{c^*-1} \left[\frac{c^{i-1}}{c^*} \right]^{0.9} e^{-0.1(c^*-c^{i-1})}}{\left[\frac{\tau(c^{i-1} + d^{i-1})}{\tau(c^{i-1})\tau(d^{i-1})} \right]^{m^{i-1}} \prod_{j=1}^{m^{i-1}} y_j^{c^{i-1}-1}}$$

4. O núcleo de transição da distribuição de referência para o parâmetro d :

$$\begin{aligned} \frac{\pi(d^*) q(d^*, d_{i-1})}{(d_{i-1}) q(d_{i-1}, d^*)} &= \frac{\pi(d^*)}{\pi(d_{i-1})} \frac{f(y|a^i, b^i, c^i, d^*, m^{i-1})\pi(a^i)\pi(b^i)\pi(c^i)\pi(d^*)\pi(m^{i-1})}{f(y|a^i, b^i, c^i, d^{i-1}, m^{i-1})\pi(a^i)\pi(b^{i-1})\pi(c^{i-1})\pi(d^{i-1})\pi(m^{i-1})} \\ &= \frac{\left[\frac{\tau(a^i + b^i)}{\tau(a^i)\tau(b^i)} \right]^{m^{i-1}} \left[\frac{\tau(c^i + d^*)}{\tau(c^i)\tau(d^*)} \right]^{n-m^{i-1}} \prod_{j=1}^{m^{i-1}} [y_j^{a^i-1}(1-y_j)^{b^i-1}]}{\left[\frac{\tau(a^i + b^{i-1})}{\tau(a^i)\tau(b^{i-1})} \right]^{m^{i-1}} \left[\frac{\tau(c^i + d^{i-1})}{\tau(c^i)\tau(d^{i-1})} \right]^{n-m^{i-1}} \prod_{j=1}^{m^{i-1}} [y_j^{a^i-1}(1-y_j)^{b^i-1}]} \\ &\times \frac{\prod_{j=m^{i-1}+1}^n [y_j^{c^i-1}(1-y_j)^{d^*-1}]}{\prod_{j=m^{i-1}+1}^n [y_j^{c^{i-1}-1}(1-y_j)^{d^{i-1}-1}]} \frac{0.1^{0.1}[\tau(0.1)]^{-1}d^{*0.1-1}e^{-0.1d^*}}{0.1^{0.1}[\tau(0.1)]^{-1}c^{i-10.1-1}e^{-0.1c^{i-1}}} \\ &= \frac{\left[\frac{\tau(c^i + d^*)}{\tau(c^i)\tau(d^*)} \right]^{m^{i-1}} \prod_{j=1}^{m^{i-1}} y_j^{d^*-1} \left[\frac{d^{i-1}}{d^*} \right]^{0.9} e^{-0.1(d^*-d^{i-1})}}{\left[\frac{\tau(c^{i-1} + d^{i-1})}{\tau(c^{i-1})\tau(d^{i-1})} \right]^{m^{i-1}} \prod_{j=1}^{m^{i-1}} y_j^{d^{i-1}-1}} \end{aligned}$$

5. O núcleo de transição distribuição de referência para o parâmetro m :

$$\frac{\pi(m^*) q(m^*, m_{i-1})}{(m_{i-1}) q(m_{i-1}, m^*)} = \frac{\pi(d^*)}{\pi(d_{i-1})} \frac{f(y|a^i, b^i, c^i, d^i, m^*)\pi(a^i)\pi(b^i)\pi(c^i)\pi(d^i)\pi(m^*)}{f(y|a^i, b^i, c^i, d^i, m^{i-1})\pi(a^i)\pi(b^i)\pi(c^i)\pi(d^i)\pi(m^{i-1})}$$

Sendo $\pi(m^{(i)}) \sim U(0, 1)$, então:

$$\frac{\pi(m^*) q(m^*, m_{i-1})}{(m_{i-1}) q(m_{i-1}, m^*)} = \frac{f(y|a^i, b^i, c^i, d^i, m^*)}{f(y|a^i, b^i, c^i, d^i, m^{i-1})}$$

$$= \frac{\left[\frac{\tau(a^i + b^i)}{\tau(a^i)\tau(b^i)} \right]^{m^*} \left[\frac{\tau(c^i + d^i)}{\tau(c^i)\tau(d^i)} \right]^{n-m^*} \prod_{j=1}^{m^*} [y_j^{a^i-1} (1-y_j)^{b^i-1}] \prod_{j=m^*+1}^n [y_j^{c^i-1} (1-y_j)^{d^i-1}]}{\left[\frac{\tau(a^i + b^i)}{\tau(a^i)\tau(b^i)} \right]^{m^{i-1}} \left[\frac{\tau(c^i + d^i)}{\tau(c^i)\tau(d^i)} \right]^{n-m^{i-1}} \prod_{j=1}^{m^{i-1}} [y_j^{a^i-1} (1-y_j)^{b^i-1}] \prod_{j=m^{i-1}+1}^n [y_j^{c^i-1} (1-y_j)^{d^i-1}]}$$

Para ilustrar a eficiência da metodologia proposta para detecção de pontos de mudança, foi feito um conjunto de simulações considerando (2.1). A Tabela 1 mostra resultados de 100 simulações para diferentes valores dos parâmetros p_2 , e $e(t)$. É evidente, a partir desta tabela, que a metodologia proposta apresentou 100% de acerto na detecção de pontos de mudança. Como ilustração, considerando somente uma simulação, a Figura 10 mostra a convergência dos parâmetros a , b , c , d e m e a Figura 11 mostra a probabilidade do ponto de mudança para 1000 simulações de Monte Carlo, sendo as 100 primeiras consideradas como período de aquecimento, para a série (2.1) com $p_1 = 1$, $p_2 = 2$, $e(t) \sim U(0, 1)$, e $m = 30$. Será considerado como regra para a detecção de ponto de mudança, no ponto em que esta probabilidade de mudança tem um ponto de máximo e este seja um ponto de inflexão. Isso descarta a possibilidade de indicação de bordas da série como ponto de mudança, visto que quando não existir mudança aparecerá este efeito. No caso em que não existe ponto de mudança e o ruído inserido na série temporal em (2.1) segue uma distribuição $t(5)$, a metodologia indicou mudanças em 7 das 100 simulações.

Considerando a série temporal (2.2), onde ocorre mudança de forma gradativa, a Figura 12 ilustra o resultado da metodologia (na parte de baixo da Figura) para várias janelas de tempo da série, sendo que a linha grossa indica a janela que foi considerada.

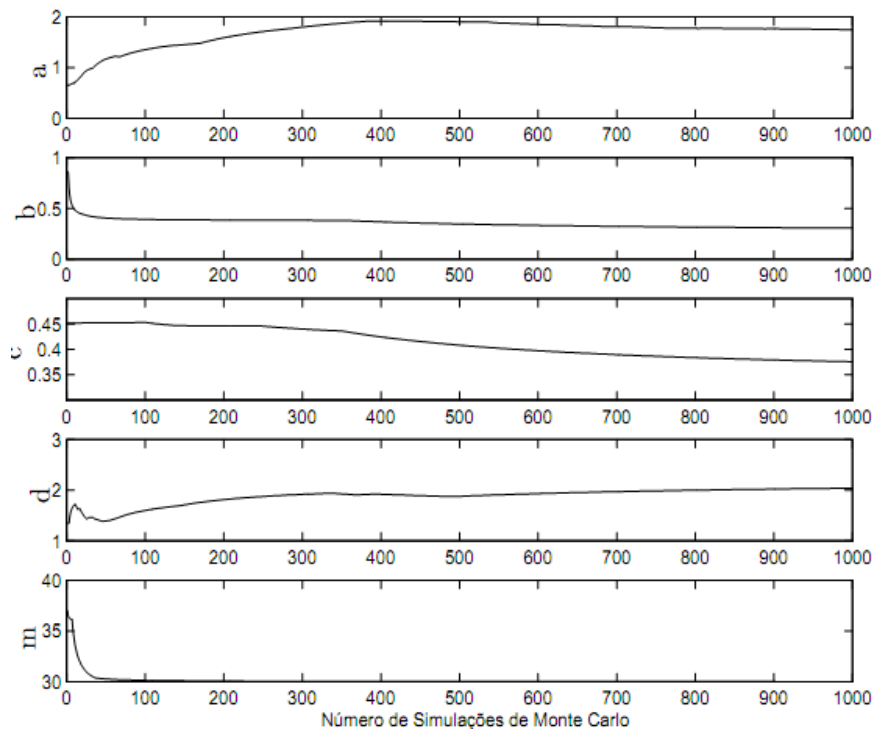


Figura 10 - Convergência do algoritmo para os parâmetros a , b , c , d e m .

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Tabela 1 - Resultado da metodologia proposta.

p_1	p_2	m	Amplitude do ruído	% de acerto para $e(t) \sim U(0,1)$	% de acerto para $e(t) \sim N(0,1)$	% de acerto para $e(t) \sim t(5)$
1	2	30	0.1	100	100	100
1	1.9	30	0.1	100	100	100
1	1.8	30	0.1	100	100	100
1	1.7	30	0.1	100	100	100
1	1.6	30	0.1	100	100	100
1	1.5	30	0.1	100	100	100
1	1.6	30	0.1	100	100	100
1	1.5	30	0.1	100	100	100
1	1.4	30	0.1	100	100	100
1	1.3	30	0.1	100	100	100
1	1.2	30	0.1	100	100	100
1	1.1	30	0.1	100	100	100
1	1	0	0.1	100	100	93

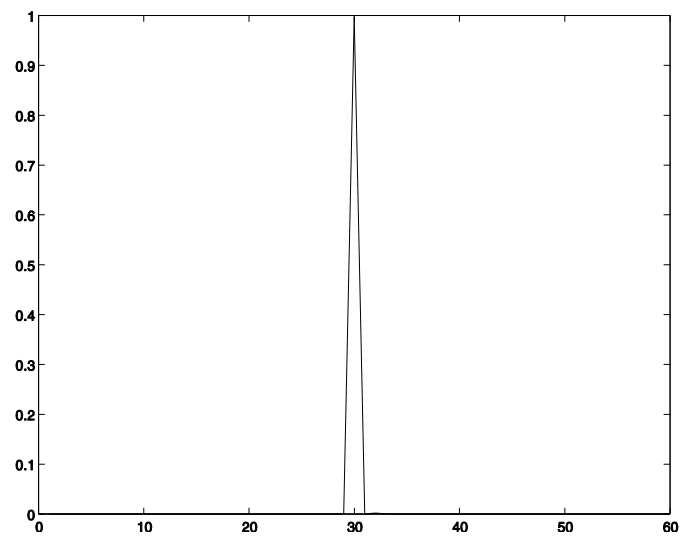


Figura 11 - Resultado da metodologia proposta para $p_1 = 1$, $p_2 = 2$, $e(t) \sim U(0,1)$, e $m = 30$.

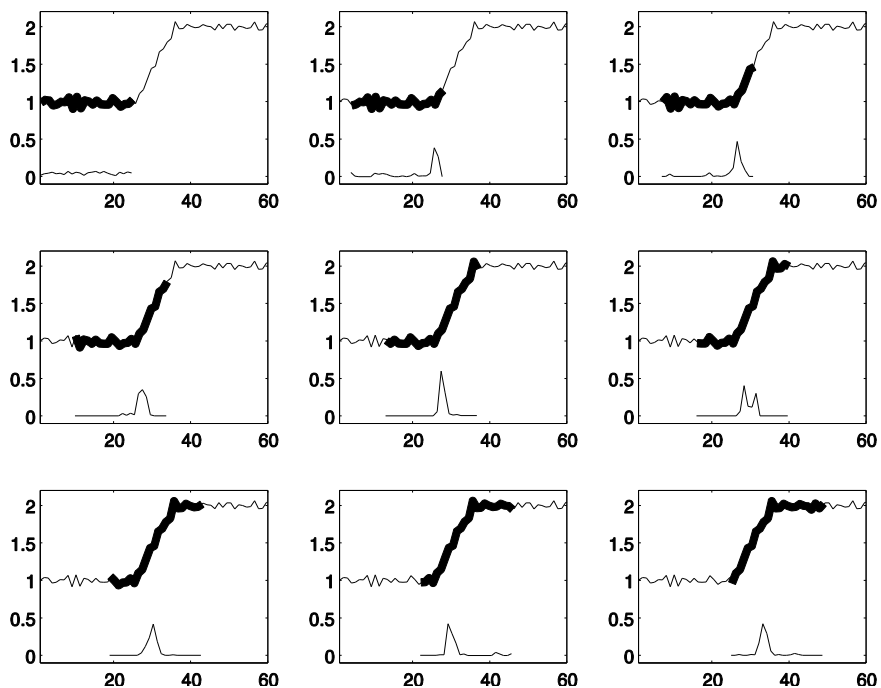


Figura 12 - Resultado da metodologia para uma série temporal com mudança gradativa.

3- RESULTADOS

Os dados utilizados neste trabalho provêm de dados da 67ª COMPANHIA PM/50 BPM de Montes Claros, pertencente à AISP 99, que é responsável pelo registro de crimes cometidos no campus da Unimontes e bairros próximos. Os dados contêm informações sobre acontecimentos criminais sofridos sobre o tipo de crime ocorrido e localização. Considera-se aqui roubos como ato de apropriação de bens alheios em que a vítima percebe a apropriação na hora da efetivação do ato. São, portanto, tomados relatos de roubos consumados e roubos consumados a mão armada a tipos distintos de fontes.

A fim de avançar na identificação de evidências de mudança, a base de dados foi amostrada semanalmente, resultando em uma série temporal de 87 amostras, sendo o período compreendido de janeiro de 2010 a agosto de 2011.

A metodologia proposta foi aplicada na série temporal com 87 amostras e os resultados são ilustrados na Figura 13.

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

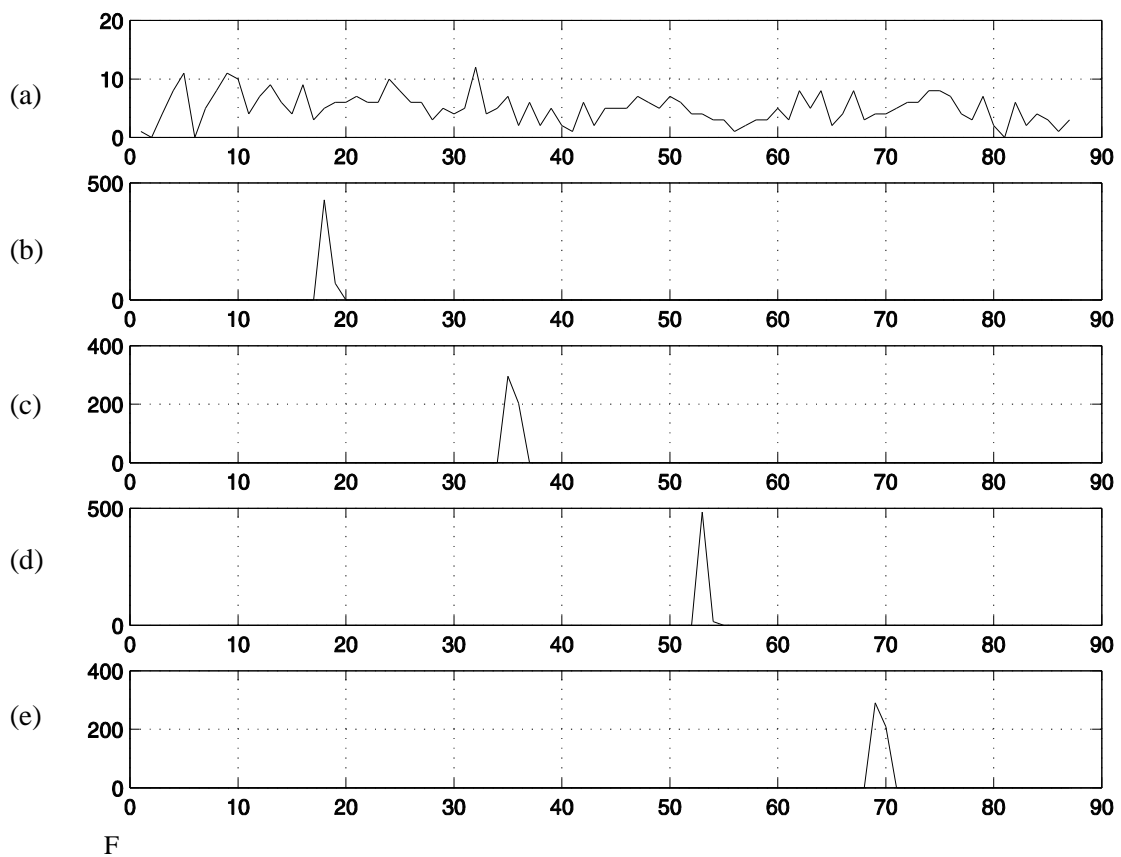


Figura 13 – Evidência de mudança

Em entrevista realizada com o policial responsável pela 67ª COMPANHIA PM/50 BPM de Montes Claros os resultados foram apresentados e confrontados com as medidas de segurança realizadas por aquela companhia a fim de identificar e validar as evidências de mudança encontradas como pontos de mudança na taxa de criminalidade.

A Figura 13 (a) ilustra as 87 semanas da base de dados. A Figura 13 (b) indica uma evidência de mudança, especificamente no mês de abril de 2010 neste período foi identificado a implantação de novas modalidades de policiamento nas ruas, fato que ocorreu devido a formação de novos policiais, foram assim enviados 18 novos policiais para a 67ª CIA de Polícia, o que possibilitou a presença de mais policiamento nas ruas e assim uma queda na taxa de criminalidade. A Figura 13 (c) mostra uma evidência de mudança em julho de 2010, neste período foi identificado pelo policial responsável a medida de remanejamento do policiamento objetivando a execução de ações em áreas comerciais. Já Figura 13 (d) evidencia uma mudança no período de dezembro de 2010, houve um aumento no policiamento, mais exato o policiamento a pé, bem como aumento das ações preventivas, tais como blitz e aumento do número de operações policiais, por caracterizar período de fim de ano. Para a evidência de mudança mostrada na Figura 13 (e) não foi identificado pelo responsável nenhuma medida adotada no período de abril de 2011 uma vez que se estava mantendo medidas de policiamento tomadas anteriormente.

4 CONCLUSÕES

Neste trabalho a metodologia proposta por D'ANGELO e outros (2011c) foi aplicada ao problema de detecção de pontos de mudança em uma série temporal, que representa o índice de criminalidade no entorno da UNIMONTES. Pelos estudos experimentais, a metodologia proposta se mostrou eficiente na identificação de mudanças na taxa de criminalidade e ainda pode-se sugerir que uma vantagem da mesma é o fato de não requerer nenhum conhecimento prévio sobre a estrutura dos dados, podendo ser utilizada em muitas aplicações práticas onde não haja conhecimento a priori de dados, tais como a função de distribuição de probabilidades das variáveis envolvidas.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a FAPEMIG e ao CNPq pelo suporte financeiro.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARRY, D. & HARTIGAN, J. A., (1993). A bayesian analysis for change point problems. *Journal of the American Statistical Association*, 88(421):309–319.

BECKAGE, B. & JOSEPH, L. & BELISLE, P. & WOLFSON, D. B. & PLATT, W. J. (2007). Bayesian change-point analyses in ecology. *New Phytologist*, 174(2):456–467.

BEZDEK, J. C. (1981). *Pattern recognition with fuzzy objective function algorithms*. Plenum Press.

D'ANGELO, M. F. S. V. & PALHARES, R. M. & TAKAHASHI, R. H. C. & LOSCHI, R. H. & BACCARINI, L. M. R., & CAMINHAS, W. M. (2011). Incipient fault detection in induction machine stator-winding using a fuzzy-bayesian change point detection approach, *Applied Soft Computing*, vol. 11, pp. 179–192. (a)

D'ANGELO, M. F. S. V. & PALHARES, R. M. & TAKAHASHI, R. H. C. & LOSCHI, R. H. (2011). Fuzzy/bayesian change point detection approach to incipient fault detection, *IET Control Theory & Applications*. (b)

D'ANGELO, M. F. S. V. & PALHARES, R. M. & TAKAHASHI, R. H. C., & LOSCHI, R. H. (2011). Uma abordagem fuzzy/bayesiana para o problema de detecção de ponto de mudança em séries temporais, *Pesquisa Operacional*. (c)

GAMERMAN, D. (1997). *Markov chain Monte Carlo: stochastic simulation for Bayesian inference*. Chapman & Hall.

HADJILIADIS, O. & MOUSTAKIDES, V. (2006). Optimal and asymptotically optimal cusum rules for change point detection in the brownian motion model with multiple alternatives. *Theory of Probability and its Applications*, 50(1):75–85.

HARTIGAN, J. A. (1990). Partition models. *Communication in Statistics-Theory and Methods*, 19(8):2745–2756.

HINKEY, D. V. (1971) Inference about the change point from cumulative sum test. *Biometria*, 26:279–284.

KAUFMAN, L. & ROUSSEEUW, P. J. (1990). *Finding groups in data: An introduction to cluster analysis*. John Wiley & Sons.

- KOHONEN, T. (2001). Self-organizing maps. Springer Series in Information Sciences. Springer.
- Kullback, S. and Leibler, R. A. (1951). On: Information and sufficiency. *Annals of Mathematical Statistics*, 22(1):79–86.
- LEE, S., NISHIYAMA, Y. & YOSHIDA, N. (2006). Test for parameter change in diffusion processes by cusum statistics based on one-step estimators. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 58(2):211–222. (a)
- LEE, S. & PARK, S. & MAEKAWA, K. & KAWAI, K. (2006). Test for parameter change in arima models. *Communications in Statistics: Simulation and Computation*. 35(2):429–439. (b)
- LOSCHI, R. & CRUZ, F. (2005). Bayesian identification of multiple change points in poisson data. *Advances in Complex Systems*. 8:465–482. (a)
- LOSCHI, R. & CRUZ, F. (2005). Extension to the product partition model: computing the probability of a change. *Computational Statistics and Data Analysis*. 48(2):255–268. (b)
- LOSCHI, R. & GONÇALVES, F. B. & CRUZ, F. (2005). Avaliação de uma medida de evidência de um ponto de mudança e sua utilização na identificação de mudanças na taxa de criminalidade em belo horizonte. *Pesquisa Operacional*. 25(3):459–463.
- OH, K. J. & ROH, T. H. & MOON, M. S. (2005). Developing time-based clustering neural networks to use change-point detection: Application to financial time series. *Asia-Pacific Journal Of Operational Research*. 22(1):51–70.
- WU, B. & CHEN, M. (1999). Use of fuzzy statistical technique in change periods detection of nonlinear time series. *Applied Mathematics and Computation*. 99(2–3):241–254.
- ZADEH, L. A.(1965). Fuzzy sets. *Information and Control*. 8(3):338–353.