

PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO DE LUMINÁRIAS VIA PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

Felipe Kaiuca Castelo Branco Khoury
Departamento de Engenharia Industrial da
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
f.kaiuca@gmail.com

Fernanda Maria Pereira Raupp
Departamento de Engenharia Industrial da
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
fraupp@puc-rio.br

Resumo

Neste trabalho, a técnica de programação matemática é aplicada para obter um plano ótimo de produção de um conjunto de itens acabados e independentes num horizonte de curto prazo de uma empresa de varejo do setor eletrônico, que atua no mercado composto por emissoras de televisão e produtoras de vídeos. Dados históricos sobre vendas dos itens luminárias, montadas pela empresa, foram usados primeiramente para ordenar esses itens na classificação ABC e, posteriormente, para realizar a previsão da demanda dos itens da classe A para um horizonte de seis meses. A modelagem matemática do problema de planejamento da produção foi feita tendo por base o modelo do programa mestre da produção para itens acabados da classe A, ou seja, o modelo de tamanho do lote multi-item, de um estágio ou nível, com capacidade limitada, objetivando a minimização dos custos de produção. Considerando também custos de preparação, os resultados obtidos com um *software* de otimização determinam em que mês produzir e quantas luminárias serão produzidas e estocadas em cada mês do horizonte de planejamento. A partir desses resultados, novos cenários são gerados para auxiliar a tomada de decisão com respeito à expansão dos recursos produtivos, por exemplo.

Palavras chave: planejamento da produção; MPS; otimização; programação inteira mista

Abstract

In this paper, the mathematical programming technique is applied to obtain an optimal production plan of a set of finished and independent items over a short-term horizon of a retail company in the electronics sector, which is active in the market for television and film producers. Historical data on sales of the items lamps, assembled by the company, were used firstly to order those items into the ABC classification, and, then, to conduct the forecast of demand for the class A items over a horizon of six months. The mathematical modeling of the production planning problem was done based on the master production scheduling model for finished items, which is the multi-item single level capacitated lot-sizing model, aiming the minimization of the production costs. Considering set up costs as well, the results obtained with an optimization software determines in which month to produce and how many lamps should be produced and stored in each month of the planning horizon. From these results, new scenarios are generated to help decision making with respect to expansion of the productive resources, for example.

Key words: production planning; MPS; optimization; mixed integer programming

1. Introdução

É de conhecimento geral que inovação e introdução de novas tecnologias proporcionam o desenvolvimento de novos produtos e mercados, oportunidades de melhoria de qualidade e de ganho de eficiência em processos produtivos, criando vantagens competitivas para as empresas e proporcionando, sobretudo, melhor qualidade de vida para sociedade como um todo.

Ao buscar qualidade e eficiência, o gerenciamento de qualquer sistema ou processo produtivo deve procurar, portanto, gerar produtos e serviços de modo a consumir o mínimo de recursos possíveis ao passo que mantém ou melhora o nível de serviço. O planejamento e controle da produção têm como principais objetivos garantir que processos da produção ocorram eficaz e eficientemente e que tais processos gerem produtos e serviços conforme demandados pelos consumidores (Slack *et al.*, 2002).

O planejamento da produção pode ser feito de maneira agregada, quando são determinados os recursos de produção comuns, incluindo mão-de-obra, que ficarão disponíveis ao longo do horizonte de produção, ou desagregada, quando, após a determinação dos recursos disponíveis e compartilhados, se programa (ou planeja) quando e quanto produzir de cada item acabado, levando-se em conta o conhecimento prévio das demandas previstas, dos pedidos firmes, dos estoques disponíveis, dos tempos de reposição e das políticas de produção dos lotes dos itens acabados (Lustosa e Nanci, 2008).

O planejamento desagregado da produção em itens acabados é conhecido por programação (ou planejamento) mestre da produção ou, simplesmente, pelas iniciais da expressão em inglês - MPS. Ele determina quais itens e em que quantidades deverão ser produzidas numa série de períodos futuros. Sendo esse planejamento de nível tático, porém bem próximo ao nível operacional, o horizonte de planejamento considerado pode variar de seis meses a algumas semanas (Lustosa e Nanci, 2008).

Com relação ao tamanho do horizonte de planejamento, se uma empresa tem a política de produzir para estocar, é apropriado que este seja de médio ou de longo prazo. Por outro lado, se a empresa produz sob encomenda ou apresenta diversidade de produtos finais e importa insumos e/ou exporta parte significativa da sua produção, então os horizontes de planejamento devem ser curtos, pois a empresa deve ter foco tanto em planejamento como na programação (Fernandes e Santoro, 2005).

É de extrema importância, porém, a percepção do uso do MPS de forma integrada ou parcial. Quando o MPS é tratado parcialmente com relação às decisões de produção e de estoques para cada item acabado, o plano de produção referente ao conjunto de itens acabados não necessariamente será responsável por alcançar a minimização de custos ou maximização da contribuição para os lucros. Em oposição, quando utilizamos a técnica de otimização para encontrar um plano de produção MPS, o planejamento da produção de todos os itens é feito de forma integrada, envolvendo decisões de produção e de estoques simultaneamente, o que permite obter de um plano ótimo de produção.

Neste trabalho, estudamos o MPS de uma empresa que monta luminárias sob encomenda de clientes e importa a maioria dos insumos. Tem-se como objetivo planejar a produção de luminárias no curto prazo sob a ótica da minimização de custos. Para isso, é necessário prever a demanda e coletar informações da empresa estudada referentes aos processos produtivos e suas atividades para modelar matematicamente o problema de planejamento. Um *software* de otimização é usado para obter um plano ótimo de produção e em seguida analisar possíveis cenários em relação à sua atuação no mercado em um futuro próximo.

O trabalho está organizado da seguinte forma. Após a introdução breve sobre a necessidade de se planejar a produção e sobre as particularidades do MPS, o processo de produção da empresa estudada é apresentado na Seção 2. A Seção 3 aborda a formulação matemática para o problema de planejamento de luminárias da classe A da empresa estudada. A Seção 4 apresenta os experimentos numéricos realizados para obter um plano de produção ótimo com o *software* de otimização e os cenários criados para vislumbrar futuras tomadas de decisão. Conclusões e comentários finais são apresentados na Seção 5.

2. Processo de produção

Atuando no mercado brasileiro de televisão, cinema e novas mídias áudios-visuais a mais de 30 anos, a empresa estudada monta e vende produtos de iluminação com tecnologia LED para estúdios e externas. A produção de luminárias pela empresa estudada é um exemplo de sistema produtivo que passou a montar luminárias com uma tecnologia que consome menos energia elétrica e apresenta maior disponibilidade e qualidade de iluminação.

Através de visitas periódicas a empresa estudada, buscou-se levantar informações sobre a estrutura funcional da empresa, a rotina de trabalho e os processos internos, com foco nas atividades de produção. As principais atividades da empresa estudada estão relacionadas a vendas e montagem de luminárias.

A área de vendas recebe o primeiro contato do cliente por telefone e analisa suas necessidades. Após orçar o pedido o vendedor envia um e-mail para o cliente. Com o orçamento aprovado pelo cliente, o setor financeiro é acionado para uma análise de crédito do cliente, e por fim, uma nota fiscal é emitida e o número do pedido registrado. São verificados os estoques a mão no sistema informatizado e no depósito da empresa. Caso as quantidades de luminárias estocadas sejam insuficientes para atender ao pedido, uma ordem de serviço é emitida, acionando a montagem das quantidades necessárias de luminárias. Com os itens do pedido prontos para despachar, a empresa os envia ao cliente pelos correios. Finalmente, o cliente efetua o pagamento do pedido logo após o seu recebimento.

Com igualdade de importância, porém de complexidade superior, as atividades de montagem de luminárias são iniciadas por ordem de serviço após verificação das posições insuficientes dos estoques, e dependem da disponibilidade de insumos e de mão-de-obra. A montagem das luminárias é realizada por dois técnicos em eletrônica. Se o pedido não for considerado urgente, a produção se inicia normalmente; os itens da lista de materiais são providenciados para que as luminárias solicitadas sejam montadas. Se há urgência em atender ao pedido, então se verifica a existência de luminárias de mesmo modelo, porém com braços diferentes para que sejam trocados. Componentes das luminárias, os braços têm como função encaixar as luminárias em câmeras de vídeos específicas. Essa possibilidade de trocar braços de luminárias ao invés de montar luminárias reduz de forma considerável o tempo de entrega do pedido. Se, ainda, não for possível atender ao pedido, as luminárias faltantes serão montadas. Por fim, as luminárias serão testadas uma a uma por um técnico. As luminárias não defeituosas recebem um adesivo contendo o número de série e da garantia, e são encaminhadas para uma nova conferência antes de serem embaladas. Cada embalagem recebe a especificação da luminária.

Os insumos para a produção de luminárias são em sua maioria importados. De uma empresa chinesa são importados as lâmpadas LED e os braços de encaixe nas câmeras de vídeo, enquanto que os demais insumos são adquiridos por empresas revendedoras no Brasil.

Devido à consolidação e ao posterior crescimento do mercado por luminárias LED, a empresa estudada necessita de um re-planejamento de sua produção, visando aumentar sua lucratividade. Neste trabalho, o planejamento da produção de luminárias foi realizado considerando um horizonte de seis meses à frente. É importante destacar que planejamentos de médio e de longo prazo da produção de itens com tecnologia de ponta não despertam interesse prático, uma vez que essas tecnologias têm vida útil curta, sendo facilmente substituídas por outras mais avançadas.

3. Modelagem do problema

Para modelar matematicamente o problema de planejamento da produção de itens luminárias da empresa estudada num horizonte de seis meses, visando à minimização de custos, deve-se levar em conta a classificação ABC dos itens, as demandas previstas para os itens, os recursos disponíveis, os níveis de estoques e capacidades do sistema de produção, além dos

custos de produção. Para isso, primeiramente são descritos os dados do problema de planejamento e, em seguida, é apresentado o modelo MPS ajustado.

3.1 Dados do problema de planejamento

Sabe-se que a empresa vendeu 26 tipos distintos de luminárias, codificadas de L1 a L26, durante o período de janeiro de 2009 a abril de 2010, os quais foram ordenados segundo a classificação ABC. A ordenação teve por base o valor de consumo por parte dos clientes externos de cada luminária, que representa a quantidade vendida multiplicada pelo preço unitário de venda nesse período, de acordo com Ritzman e Krajewski (2004). Como resultado dessa ordenação, a classe A totalizou seis tipos de luminárias (L14, L16, L17, L19, L24 e L25), enquanto que a classe B totalizou oito tipos e a classe C doze tipos.

A princípio, foi decidido planejar a produção de luminárias da classe A da empresa estudada. Para isso, tomou-se a série histórica de vendas entre o período de janeiro de 2009 e abril de 2010, sendo a única informação disponível, para fazer a previsão de demanda dos itens luminárias da classe A. Na Tabela 1, é apresentado o número vendido de cada luminária classe A por mês do período analisado.

Tabela 1. Série histórica de vendas de cada luminária da classe A

	L24	L25	L16	L17	L14	L19
Jan/09	7	5	9	4	3	1
Fev/09	12	8	9	4	0	7
Mar/09	15	13	8	6	4	1
Abr/09	5	13	8	5	1	2
Mai/09	8	12	2	2	0	5
Jun/09	6	9	4	1	0	2
Jul/09	21	12	5	6	0	12
Ago/09	17	18	11	30	8	19
Set/09	45	16	12	3	0	9
Out/09	4	21	12	15	0	6
Nov/09	19	4	6	2	9	2
Dez/09	11	7	14	4	4	4
Jan/10	13	20	2	10	0	4
Fev/10	4	4	3	2	4	3
Mar/10	11	9	5	6	0	1
Abr/10	22	15	9	2	4	3

Por ser considerada uma série pequena, todos os dados da série histórica de vendas foram considerados no processo de previsão de cada luminária. Após a aplicação de um *software* de previsão, as demandas projetadas para os itens luminárias da classe A (em unidades) para o horizonte de seis meses à frente, de maio de 2010 a outubro de 2010, são mostradas na Tabela 2.

Continuando com o levantamento de dados da empresa estudada, os preços unitários das luminárias classe A permanecem inalterados ao longo do horizonte de planejamento considerado, como pode ser verificado na primeira coluna da Tabela 3. Adicionalmente, foram obtidos os dados sobre custos de preparação para a produção e custos unitários de produção. O custo de preparação ou custo fixo da produção referente a cada luminária é constante e igual a 4R\$. Apesar de a empresa estudada não possuir o dado sobre custo de estocar luminárias, o custo anual para manter uma unidade em estoque foi calculado como sendo trinta por cento do seu preço, como sugerido por Slack *et al.* (2002). Na Tabela 3, são apresentados os custos unitários de produzir e os custos unitários de estocar por mês das luminárias classe A. Nota-se que os valores dos custos não variam ao longo do horizonte de planejamento.

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Tabela 2. Demanda prevista para cada luminária da classe A de maio a outubro de 2010

Previsão	Mai/10	Jun/10	Jul/10	Ago/10	Set/10	Out/10
L24	10	8	23	19	47	6
L25	14	11	14	20	18	23
L16	2	3	4	9	10	10
L17	2	1	6	30	3	15
L14	3	5	6	8	8	9
L19	5	2	12	19	9	6

Tabela 3. Preço unitário de venda e custos de produção e de estocar referentes a cada luminária na classe A

	Preço unitário (R\$)	Custo unitário de produção (R\$)	Custo de estocar uma unidade por mês (R\$)
L24	1122	197	28
L25	1122	197	28
L16	1594	206	40
L17	1270	158	32
L14	3107	910	78
L19	1366	280	34

Na produção, o recurso mão-de-obra da empresa é representado por dois técnicos em eletrônica, os quais são responsáveis pela preparação e montagem de todas as luminárias. Nesse sistema de produção de luminárias os técnicos representam a própria linha de produção. A capacidade máxima de recursos da produção é, portanto, a quantidade máxima de horas disponíveis de mão-de-obra destinada à produção mensal. Considerando que cada técnico trabalha 8h por dia, em cinco dias por semana, então a capacidade máxima de recursos mensal é igual a 320h, quando se considera que um mês tem quatro semanas.

Para cada luminária da classe A foram anotados o tempo necessário para montar uma unidade e o tempo de preparação para produzir um novo lote, os quais são apresentados respectivamente na primeira e segunda coluna da Tabela 4.

Tabela 4. Tempo unitário de produção, tempo de preparação para produção e capacidade máxima de produção de cada luminária da classe A

	Tempo unitário de produção (h)	Tempo de preparação (h)	Capacidade máxima de produção mensal (unidades)
L24	2	0,5	160
L25	2	0,5	160
L16	2,5	0,5	128
L17	3	0,5	107
L14	8	0,8	40
L19	2	0,5	160

Toma-se por capacidade máxima de produção mensal de uma luminária o número máximo de unidades a serem produzidas num mês, caso os recursos de produção estivessem exclusivamente dedicados a produzir num mês somente esse tipo de luminária. A terceira coluna da Tabela 4 mostra a capacidade máxima de produção mensal, em unidades, de cada luminária da

classe A. Como existe também produção de luminárias das classes B e C, foi considerada a capacidade média de produção mensal referente à classe A, que é determinada pela quantidade máxima de luminárias produzidas no tempo correspondente à média dos tempos unitários de produção dos seis itens classe A. Assim, considerou-se que a capacidade média de produção mensal é de 98 unidades. É importante lembrar que normalmente existe montagem de outras luminárias que não pertencem à classe A.

É da política da empresa estudada manter um estoque de segurança mensal de cada luminária. Nesse sentido, exige-se um estoque mínimo mensal de cinco unidades de cada luminária da classe A, exceto a luminária L14 que deve ter um estoque mínimo mensal de apenas uma unidade.

A empresa estudada conta com um depósito para estocar suas luminárias. Por simplificação, foi considerado que cada luminária é acondicionada em uma caixa de único volume. Dividindo o volume total do depósito reservado para os itens luminárias pelo volume de uma caixa, chegou-se a capacidade média máxima de estocar de 150 unidades de itens classe A.

3.2 Modelo MPS

O problema de planejamento da produção de nível tático, próximo ao nível operacional, com vários itens acabados e independentes com capacidade limitada de produção é representado pelo modelo do programa mestre de produção (MPS), ou seja, pelo modelo do tamanho do lote multi-item, com estrutura de produção de um estágio ou nível, com capacidade de produção limitada, objetivando a minimização dos custos de produção (Pochet e Wolsey, 2006). A formulação matemática do modelo MPS, ajustado ao problema de planejamento de luminárias classe A da empresa estudada, é explicitada a seguir.

Sejam cada um dos seis itens luminárias da classe A indexados por i e cada um dos seis meses do horizonte de planejamento indexados por t . A notação, a definição e a unidade de cada parâmetro do modelo MPS ajustado são apresentadas a seguir:

α^i : quantidade de mão – de – obra necessária para produzir uma unidade do item i (h),

β^i : quantidade de mão – de – obra necessária para preparar a produção do lote do item i (h),

C_t^i : quantidade máxima do item i a ser produzida no mês t (unid.),

d_t^i : demanda prevista para o item i no mês t (unid.),

h_t^i : custo de manter em estoque uma unidade do item i no mês t (R\$),

L_t : capacidade máxima de mão – de – obra no mês t (h),

MP_t^i : quantidade média máxima do item i a ser produzida no mês t (unid.),

MS_t^i : quantidade média máxima do item i a ser estocada no mês t (unid.),

p_t^i : custo unitário de produção do item i no mês t (R\$),

q_t^i : custo de preparação para a produção do item i no mês t (R\$),

SS_t^i : estoque de segurança do item i no mês t (unid.).

A notação, definição e unidade de cada variável de decisão são destacadas a seguir:

x_t^i = quantidade a ser produzida do item i no mês t (unid.),

y_t^i = indica a decisão de produzir ou não o item i no mês t ,

s_t^i = quantidade a ser estocada do item i ao final do mês t (unid.).

Portanto, o modelo MPS ajustado ao problema de minimização de custos de produção das luminárias da classe A da empresa estudada é formulado por:

$$\text{minimizar } \sum_{i=1}^6 \sum_{t=1}^6 p_t^i x_t^i + q_t^i y_t^i + h_t^i s_t^i \quad (1)$$

sujeito a

$$s_{t-1}^i + x_t^i = d_t^i + s_t^i \quad \forall i \forall t \quad (2)$$

$$s_0^i = SS_0^i \quad \forall i \quad (3)$$

$$s_6^i = SS_6^i \quad \forall i \quad (4)$$

$$s_t^i \geq SS_t^i \quad \forall i \forall t \quad (5)$$

$$x_t^i \leq C_t^i y_t^i \quad \forall i \forall t \quad (6)$$

$$\sum_i \alpha^i x_t^i + \sum_i \beta^i y_t^i \leq L_t \quad \forall t \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^6 x_t^i \leq MP_t \quad \forall t \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^6 s_t^i \leq MS_t \quad \forall t \quad (9)$$

$$x \in R_+^{36}, s \in R_+^{42}, y \in \{0,1\}^{36}. \quad (10)$$

A função objetivo (1), a qual deve ser minimizada, é a soma dos custos de produção variáveis e fixos, mais os custos de manter em estoque para todos os seis itens luminárias da classe A ao longo de seis meses de horizonte de planejamento. As restrições em (2) expressam a satisfação da demanda de cada item em cada mês. Já as restrições em (3) definem o estoque inicial de cada luminária como sendo igual ao seu estoque de segurança. Com relação às restrições em (4), estas estabelecem que ao final do horizonte de planejamento os estoques de cada luminária devem ser exatamente iguais aos seus correspondentes estoques de segurança. As restrições em (5) informam que o nível de estoque de cada luminária em cada mês deve ser no mínimo igual ao seu estoque de segurança. As restrições em (6) relacionam as quantidades de luminárias a serem produzidas com a decisão de produzir ou não em cada mês ao mesmo tempo em que estabelece um limite superior para as quantidades de luminárias a serem produzidas; essas restrições são conhecidas por reforço de *setup*. Em (7) tem-se as restrições de capacidade máxima de mão-de-obra mensal. As restrições (8) e (9) são referentes às capacidades máximas médias de luminárias produzidas e estocadas, respectivamente. Por fim, as restrições em (10) definem que as variáveis de decisão x_t^i e s_t^i possuem valores reais não negativos e que a variável de decisão y_t^i é binária.

Observa-se que o modelo MPS ajustado (1) – (10) representa um problema de programação linear inteira mista. Deve-se destacar que sua complexidade é NP-difícil, pelo fato de o modelo possuir, além de variáveis mistas, capacidade máxima de produção (Pochet e Wolsley, 2006).

4. Experimentos Numéricos

Para resolver o problema de planejamento da produção de luminárias da classe A da empresa estudada, foi utilizado o *software* AIMMS versão 3.10. O modelo MPS ajustado (1)-(10) foi resolvido pelo *solver* CPLEX 12.2, que é capaz de identificar o tipo do problema de otimização e escolher o método de solução padrão, caso a escolha não seja feita previamente pelo usuário. Nesta versão do *software*, o método de solução de problemas de programação linear inteira mista e de programação inteira é o *branch-and-cut*; enquanto que problemas de programação linear são resolvidos preferencialmente pelo método dual simplex (GAMS, 2011).

4.1. Testes com o modelo MPS

Três experimentos computacionais foram conduzidos no *software* AIMMS com o modelo MPS ajustado (1)-(10). Primeiramente, foi resolvido o modelo MPS de programação linear inteira mista (PIM). O método de solução padrão *branch-and-cut* foi capaz de encontrar uma solução ótima exata, ou seja, um plano ótimo de produção de luminárias classe A, construindo apenas dois nós, com 91 iterações, em 0,02 segundos. Um sumário do relatório gerado pelo *software* é apresentado na Tabela 5, que informa, ainda, o valor ótimo da função objetivo, a quantidade de restrições e de variáveis reais e inteiras do modelo, o tipo de modelo de otimização entendido pelo *software*, o método de solução padrão escolhido pelo *software* e o tempo total de execução.

Tabela 5. Relatório gerado pelo *software* AIMMS para o modelo MPS de programação linear inteira mista

Relatório Final	
Valor ótimo da função objetivo (R\$)	114.793,00
Número de restrições funcionais	127
Número de variáveis reais	72
Número de variáveis inteiras	36
Tempo de solução (s)	0,02
<i>solver</i>	CPLEX 12.2
Modelo matemático	PIM
Método de solução padrão	<i>branch-and-cut</i>
Quantidade de nós gerados	2
Quantidade de iterações	91

A Tabela 6 apresenta as quantidades ótimas a serem produzidas de cada luminária em cada mês do horizonte de planejamento. Percebe-se que a produção acompanha a demanda em todos os meses do horizonte de planejamento, exceto para a luminária L24 em julho de 2010, quando é necessário produzir uma quantidade superior a demandada. Esta quantidade excedente de 7 unidades será mantida em estoque e consumida no mês seguinte. Como esperado, no plano ótimo de produção tem-se $y_t^i = 1$, indicando a existência de produção de todas as seis luminárias em todos os meses do horizonte de planejamento.

Tabela 6. Quantidade ótima a ser produzida de cada luminária em cada mês do horizonte de planejamento – maio a outubro de 2010

Quantidade ótima a ser produzida	Mai/10	Jun/10	Jul/10	Ago/10	Set/10	Out/10
L24	10	8	30	12	47	6
L25	14	11	14	20	18	23
L16	2	3	4	9	10	10
L17	2	1	6	30	3	15
L14	3	5	6	8	8	9
L19	5	2	12	19	9	6

Ainda com relação ao primeiro experimento, a Tabela 7 apresenta a quantidade ótima de itens estocados de cada luminária em cada mês do horizonte de planejamento. Para todas as luminárias em todos os meses, os níveis de estoque coincidiram com o estoque de segurança, exceto para a luminária L24 em julho de 2010. Nesse mês, além de 5 unidades referentes ao

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

estoque de segurança da luminária L24, 7 unidades foram estocadas a mais, resultando em um estoque total de 12 unidades.

Tabela 7. Quantidade ótima a ser estocada de cada luminária em cada mês do horizonte de planejamento – maio a outubro de 2010

Quantidade ótima a ser estocada	Mai/10	Jun/10	Jul/10	Ago/10	Set/10	Out/10
L24	5	5	12	5	5	5
L25	5	5	5	5	5	5
L16	5	5	5	5	5	5
L17	5	5	5	5	5	5
L14	1	1	1	1	1	1
L19	5	5	5	5	5	5

No segundo experimento computacional com o modelo MPS ajustado (1)-(10), todas as variáveis de decisão foram definidas como inteiras. Tratando-se da produção de itens indivisíveis, a imposição da integralidade das variáveis de produção e de estoque garante o entendimento do problema como sendo de programação inteira (PI). O método de solução *branch-and-cut* encontrou solução idêntica à solução ótima do primeiro experimento. O relatório sumarizado gerado pelo *software* AIMMS referente ao segundo experimento é apresentado na Tabela 8. O modelo PI tem 127 restrições funcionais e 108 variáveis de decisão inteiras. O método encontrou a solução ótima em 46 iterações, gerando apenas 1 nó, em 0,02s.

Tabela 8. Relatório gerado pelo *software* AIMMS para o modelo MPS de programação inteira

Relatório Final	
Valor ótimo da função objetivo (R\$)	114.793,00
Número de restrições funcionais	127
Número de variáveis reais	0
Número de variáveis inteiras	108
Tempo de solução (s)	0,02
<i>solver</i>	CPLEX 12.2
Modelo matemático	PI
Método de solução padrão	<i>branch-and-cut</i>
Quantidade de nós gerados	1
Quantidade de iterações	46

No terceiro e último experimento computacional, todas as variáveis de decisão foram definidas como variáveis reais. Agora o modelo MPS refere-se a um problema de programação linear (PL). A variável y_t^i , originalmente definida como variável binária, foi redefinida com sendo real no intervalo $[0,1]$, com $i, t = 1, \dots, 6$. O relatório sumarizado desse experimento é apresentado na Tabela 9. O modelo PL apresenta 108 variáveis de decisão reais e 127 restrições funcionais. O método de solução padrão *dual simplex* não teve dificuldade em resolver o problema, obtendo o valor de R\$ 114.662,87 para o custo total ótimo em 0,02s. Na solução ótima o valor de y_t^i foi fracionário, no interior de $[0,1]$, para $i, t = 1, \dots, 6$.

Com esse experimento, foi possível verificar que a solução ótima encontrada nos experimentos anteriores não é resultado da relaxação linear do modelo (1)-(10), descartando a

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

possibilidade de o modelo ser fácil de ser resolvido. Possivelmente, o êxito do método se deve à incorporação de procedimentos anteriores ao procedimento de otimização propriamente dito.

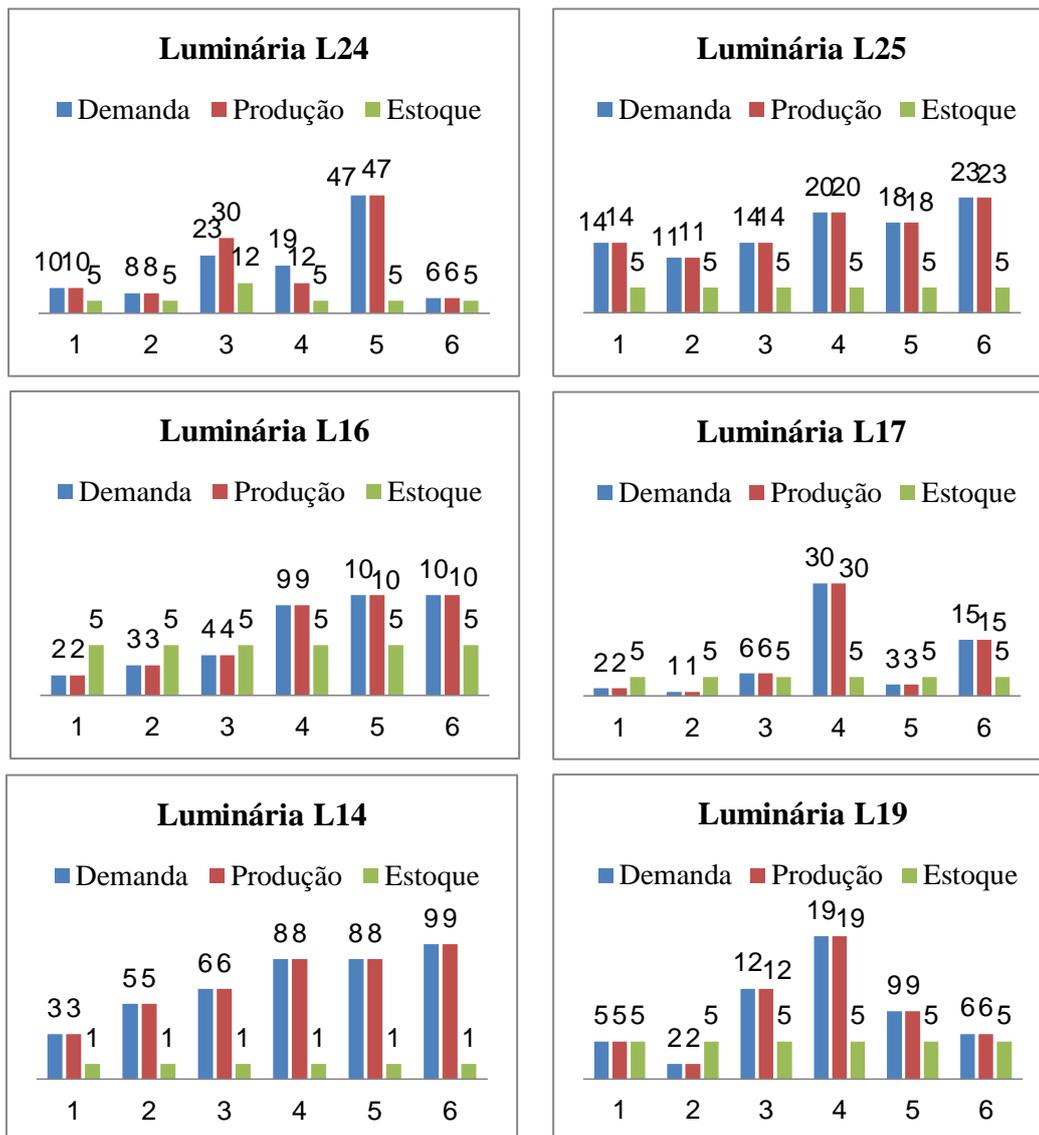


Figura 1. Gráficos das demandas previstas, dos níveis ótimos de produção e de estoque das luminárias classe A

Tabela 9. Relatório gerado pelo *software* AIMMS para o modelo MPS de programação linear
Relatório Final

Valor ótimo da função objetivo (R\$)	114.662,87
Numero de restrições funcionais	127
Numero de variáveis reais	108
Numero de variáveis inteiras	0
Tempo de solução (s)	0,02
Solver	CPLEX 12.2
Modelo matemático	PL
Método de solução padrão	<i>dual simplex</i>
Quantidade de iterações	0

Analisando os resultados obtidos com o primeiro ou segundo experimentos, é possível afirmar que a capacidade instalada de produção foi suficiente para atender a demanda prevista para o horizonte de planejamento. Nota-se que, exceto para produto L24 no mês julho de 2010 (Tabela 6), a produção segue estrategicamente a demanda para obter os menores custos. Nessa estratégia, a produção de itens em todos os meses é equivalente a demanda prevista, enquanto que os níveis de estoques são mantidos minimamente. As demandas previstas e os resultados ótimos das quantidades a serem produzidas e estocadas de cada luminária ao longo do horizonte de planejamento estão compilados nos gráficos da Figura 1.

4.2 Análise de cenários

O objetivo deste experimento computacional é gerar informações que estimulem a investigação por novos planos de produção da empresa estudada a partir da variação de alguns parâmetros em um futuro próximo. Nesse tocante, são avaliados os impactos sobre o custo total (valor da função objetivo (1)) e sobre o lucro total, quando são alterados a mão-de-obra envolvida na montagem de luminárias, os custos unitários de produção e as demandas previstas por luminárias da classe A.

Considerando, por hipótese, que toda luminária produzida é vendida pela empresa estudada até o final do horizonte de planejamento, então o lucro total é formulado como

$$l = \sum_{i=1}^6 \sum_{t=1}^6 v_t^i x_t^i - \left(\sum_{i=1}^6 \sum_{t=1}^6 p_t^i x_t^i + q_t^i y_t^i + h_t^i s_t^i \right), \quad (11)$$

onde x_t^i é a quantidade produzida ou vendida da luminária i no mês t e v_t^i é o preço unitário de venda da luminária i no mês t . Em (11), o primeiro termo da expressão de l refere-se a receita total, enquanto que o segundo termo refere-se ao custo total.

Primeiramente, analisa-se o cenário em que se considera a contratação de mais um técnico em eletrônica para montar luminárias. Atualmente, existem dois técnicos, equivalendo a 320h disponíveis de mão-de-obra envolvida com a montagem de luminárias. A Tabela 10 mostra o impacto do aumento de 50% em horas disponíveis de mão-de-obra, de 320h para 480h, sobre o custo total, que aumenta em 9,4%, e sobre o lucro total, que reduz em 2,4%.

Tabela 10. Variação do recurso mão-de-obra

Cenário	mão-de-obra (h)	custo total (\$)	lucro total (\$)
atual	320	114.793,00	450.726,00
acrécimo de um técnico em eletrônica	480 (50,0%)	125.600,00 (9,4%)	439.919,00 (-2,4%)

Em seguida, os impactos são avaliados em decorrência da redução de 10% em cada custo unitário de produção relativo a cada luminária da classe A. Na Tabela 11, verifica-se que o custo total reduziu na mesma proporção, enquanto que o lucro total foi aumentado em 2,6%.

De acordo com os resultados das Tabelas 10 e 11, observa-se que aumentar a força de trabalho em mais um técnico tem quase o mesmo efeito no custo total que aumentar aproximadamente em 10% o custo unitário de produção, já que o custo de preparar a produção se mantém constante.

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Tabela 11. Variação do custo unitário de produção

Cenário	custo total (\$)	lucro total (\$)
atual	114.793,00	450.726,00
custo unitário de produção reduzido em 10%	103.241,00 (-10,1%)	462.278,00 (2,6%)

Agora, considera-se o cenário em que a quantidade demandada é aumentada em 30% em todos os períodos do horizonte de planejamento (pode ser que esse aumento da demanda não seja tão significativo, uma vez que não existem dados sobre vendas perdidas da empresa estudada para comparar). Com esse aumento proposto da demanda, verifica-se no plano de produção ótimo uma elevação dos níveis dos estoques ao longo do horizonte de planejamento, proporcionando um custo total de 152.192 reais, que representa um aumento aproximado de 32,6%.

Visando verificar se a alternativa “manter os níveis de estoques elevados” é mais lucrativa do que a alternativa “contratar mais um técnico em eletrônica” para o caso de considerar a demanda mensal 30% maior, analisamos a variação do custo total e do lucro total. Os resultados desse novo cenário são apresentados na Tabela 12.

Neste cenário em que a demanda é 30% maior em todos os meses do horizonte de planejamento, conclui-se que é preferível manter a força de trabalho com dois técnicos e níveis de estoques elevados (o que gera um aumento aproximado de 32,6% no custo total) do que contratar mais um técnico e reduzir os níveis de estoques (o que gera um aumento de 41,7% no custo total).

Tabela 12. Variação da demanda e de mão-de-obra

Cenário	custo total (\$)	lucro total (\$)
atual	114.793,00	450.726,00
demanda mensal 30% maior e mais um técnico em eletrônica	162.683,00 (41,7%)	572.492,00 (27,0%)

5. Conclusões

O presente trabalho estudou o planejamento da produção das luminárias mais rentáveis para a empresa estudada via a otimização de um problema de programação inteira mista.

Após a coleta dos dados históricos de vendas dos itens de luminárias da empresa, foi possível realizar a classificação ABC para selecionar as luminárias mais rentáveis a fim de realizar o planejamento da produção para um horizonte de curto prazo. Selecionadas as luminárias da classe A, suas demandas foram previstas para um horizonte de planejamento de seis meses, com base somente na série histórica de vendas. Adicionalmente, foram levantadas informações sobre as luminárias com relação a custos, recursos, estoques e capacidade do sistema produtivo.

O problema de planejamento da produção foi modelado matematicamente tendo como referência o modelo básico MPS. Ajustes ao modelo foram feitos, como por exemplo, a imposição da integralidade das variáveis de decisão de produção e de estoque e a incorporação de novas restrições de capacidade, tornando-o, finalmente, um modelo de programação inteira mais adequado a realidade. O *software* AIMMS foi usado para encontrar um plano de produção de menor custo. O método de otimização aplicado foi o método padrão *branch-and-cut* do *solver* CPLEX 12.2, incluído no *software*.

A partir do modelo MPS ajustado, foram analisados os resultados para novos cenários com relação ao mercado da empresa estudada, custos e recursos de produção. Percebe-se que uma redução no custo unitário de produção gera redução igual no custo total, indicando que

qualquer esforço nesse sentido é válido. Percebe-se também que, ao considerar um aumento de 30% da demanda, é melhor manter a força de trabalho com dois técnicos na montagem de luminárias do que investir em um funcionário a mais.

Este trabalho, não apenas retrata a realidade do sistema de montagem de luminárias da empresa estudada, como incentiva a busca por melhoria de sua eficiência e lucratividade, buscando novas alternativas para o seu sistema de produção, como por exemplo, reduzir custos de produção ou de preparação para a produção. A aplicação da técnica de programação matemática para planejar a produção torna-se um bom instrumento analítico para auxiliar a tomada de decisões por parte da gerência da empresa no médio prazo.

Diante da impossibilidade de obter dados sobre vendas perdidas de luminárias, é importante mencionar que dados históricos sobre vendas perdidas juntamente com os dados históricos de vendas realizadas, permitiriam prever com menor erro a demanda potencial e avaliaria com mais rigor a capacidade da empresa em atender a demanda de um futuro próximo.

Vale lembrar que o planejamento da produção, aqui realizado, abrange somente seis itens de luminárias num universo de vinte e quatro luminárias produzidas pela empresa. Portanto, a sequência natural deste trabalho é planejar a produção considerando os itens da classe A mais os itens da classe B. Com certeza, os resultados permitiriam avaliar com maior exatidão se a capacidade de produção da empresa é suficiente para atender a demanda.

Referências Bibliográficas

FERNANDES, F.C.F., SANTORO, M. C. (2005). Avaliação do grau de prioridade e do foco do Planejamento e Controle da Produção (PCP): modelos e estudos de casos. *Gestão e Produção* [online], v. 12, n. 1, pp. 25-38.

GAITHER, N., FRAZIER, G. (2001). *Administração da produção e operações*. 8a. ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, C.

GAMS (2011). Documentação do CPLEX 12. Disponível em <http://www.gams.com/dd/docs/solvers/cplex.pdf>. Último acesso em agosto de 2011.

LUSTOSA, L., NANCI, L.C. (2008). Planejamento agregado e planejamento mestre da produção. Capítulo 6 em *Planejamento e controle da produção*. Rio de Janeiro: Campus, Elsevier.

POCHET, Y., WOLSEY, L.A., (2006). *Production Planning by Mixed Integer Programming*. Springer.

RITZMAN, L.P., KRAJEWSKI, L.J. (2004). *Administração da produção e operações*. São Paulo: Pearson/Prentice Hall.

SLACK, N., CHAMBERS, S., JOHNSTON, R. (2002). *Administração da produção*. 2. ed. São Paulo: Atlas.