

USO DE MÉTODOS BASEADO EM DEA E MULTICRITÉRIO PARA AVALIAÇÃO DE RESULTADOS EM COMPETIÇÕES ESPORTIVAS: O CASO DOS JOGOS PAN-AMERICANOS DE 2007

Silvio Figueiredo Gomes Júnior

Centro Universitário da Zona Oeste

silviofgj@gmail.com

Maria Cecília de Carvalho Chaves

Universidade Federal Fluminense

mariaceci@hotmail.com

Fábio Gomes Lacerda

Universidade Federal Fluminense

fagolac@gmail.com

João Carlos Correia Baptista Soares de Mello

Universidade Federal Fluminense

jcsmello@pesquisador.cnpq.br

Annibla Parracho Sant'anna

Universidade Federal Fluminense

tppaps@vm.uff.br

Resumo

Ao longo dos anos, a literatura de Pesquisa Operacional nos esportes vem examinando a possibilidade de estabelecimento de um sistema de avaliação imparcial para analisar os resultados dos jogos olímpicos e competições similares. Este trabalho realiza uma comparação teórica entre três métodos de apoio à decisão (método de pesos fixos, DEA de input unitário e método multicritério derivado do *VIP Analysis*) e faz uma avaliação das ordenações geradas por cada um deles com os resultados dos Jogos Pan Americanos de 2007. O objetivo não é propor uma alternativa ao método de ordenação utilizado, mas sim a criação de uma ferramenta para análise de resultados, principalmente para o estudo de Home Advantage.

Palavras-chave: Análise Multicritério – Análise Envoltória de Dados – Avaliação Esportiva

Abstract

For many years, Operational Research studies have been trying to establish an impartial analysis system for the results of Olympic Games and other similar competitions. This paper compares three decision support methods (Fixed weights models, Unitary input DEA models and multicriteria method based on *VIP Analysis*) and use them to evaluate the performance of the participating countries in the 2007 Pan American Games. It is not our goal to propose a new ranking system in opposition to the traditional one, we try to build a result analysis tool, specially designed for Home Advantage studies.

Keywords: Multicriteria Analysis – Data Envelopment Analysis – Ranking

1. Introdução

Sistemas de avaliação em esportes têm sido objeto de estudo por diversos autores que buscam desenvolver uma forma “justa” de ordenação dos competidores. Os primeiros trabalhos neste sentido buscavam elaboração de índices com incorporação de indicadores sócio-econômicos, como, por exemplo, PIB (Produto Interno Bruto), tamanho da população, etc. Lozanno *et al.* (2002) e Churilov e Flitman (2006) utilizaram a metodologia *DEA* para elaborar um ranking dos Jogos Olímpicos. Lins *et al.* (2003) fazem uso de uma variação do método *DEA* chamado *ganhos de soma zero* para analisar os resultados das olimpíadas de Sidney em 2000, Soares de Mello *et al.* (2008) propõem um método que contempla os jogos de inverno de Salt Lake City, englobados nas Olimpíadas de Sydney, em 2000, utilizando *DEA* com restrição aos pesos e avaliação cruzada.

Sobre a atribuição de pesos para as medalhas, com o objetivo de se montar um ranking baseado em pontuação, Balmer *et al.* (2001) faz uso de uma ponderação simples, dando às medalhas de ouro mais importância que as de prata, e destas em relação às de bronze, em intervalos iguais. Posteriormente, Soares de Mello *et al.* (2008) atribui para as medalhas de ouro em relação às de prata ponderação mais significativa que para estas em relação às de bronze, considerando que o vencedor de cada modalidade deve ter seu desempenho mais valorizado em relação aos outros competidores, já que é natureza da competição esportiva que a vitória de um implique na derrota dos outros. Trabalhos mais recentes utilizam modelos *DEA* com input unitário em Soares de Mello *et al.* (2007) e ainda modelos *DEA* com *input* unitário e avaliação cruzada em Hai (2007) e Soares de Mello *et al.* (2008).

Além disso, vários trabalhos acadêmicos vêm sendo desenvolvidos nos últimos anos para se verificar a existência de vantagem de se disputar competições esportivas em domínios próprios (*Home Advantage*). A maioria destes trabalhos utiliza ferramentas estatísticas para verificar a existência de *Home Advantage*, variando entre eles as ferramentas que são aplicadas. Balmer *et al.* (2001) realiza uma avaliação de *Home Advantage* entre os países participantes dos Jogos Olímpicos de Inverno baseando-se em testes de hipóteses estatísticas para enfoques objetivos e subjetivos, atribuindo pesos diferentes para medalhas de Ouro, Prata e Bronze, por meio de pontuações arbitradas. Posteriormente Balmer *et al.* (2003) repetiram a análise para os Jogos Olímpicos de Verão, testando sua técnica para um conjunto de dados maior que o anterior. Pollard (2002) analisa a redução da vantagem de uma equipe em jogar em casa quando esta se muda de uma cidade para outra, uma situação comum em locais onde os times são franquias particulares. Lacerda e Soares de Mello (2007) abordam a existência do *Home Advantage* e seus efeitos residuais nos jogos seguintes.

A partir da ordenação entre os países pode-se obter outras informações, como a evolução dos países ao longo dos anos e o resultado de suas respectivas políticas públicas de fomento às práticas esportivas.

Assim, esta é uma pesquisa aplicada com finalidade prática e abordagem quantitativa. Apresenta um caráter de raciocínio indutivo e é sustentada pelo aporte teórico através de uma pesquisa bibliográfica de dados. O objetivo do trabalho é identificar fatores determinantes para ocorrência do fenômeno *home-advantage* o que configura uma pesquisa explicativa.

Desta forma, este artigo propõe uma comparação entre três formas de ordenação. Foram aplicadas as metodologias Análise Envoltória de Dados (*DEA*), um método multicritério derivado do *VIP Analysis* (DIAS e CLÍMACO, 2002) e um método de pesos fixos aplicados aos resultados da última edição dos Jogos Pan-Americanos realizados na cidade do Rio de Janeiro no ano de 2007. São comparadas as ordenações dos países participantes encontradas por estes métodos e a classificação semi-oficial dos jogos, obtida com o método Lexicográfico. Em seguida, serão avaliadas as diferenças entre estas ordenações utilizando o teste não paramétrico de Wilcoxon–Mann–Whitney e as vantagens da utilização do Método Multicritério derivado do *VIP Analysis* para estudo do *Home Advantage*.

Este trabalho não propõe uma substituição do método de ordenação utilizado, mas sim a criação de uma ferramenta para análise de resultados, principalmente para o estudo de *Home Advantage*, uma vez que podem ocorrer distorções no método Lexicográfico.

2. Os Jogos Pan Americanos de 2007

Os Jogos Pan Americanos são um conjunto de competições esportivas, em diferentes modalidades, como ocorre também nos Jogos Olímpicos. No entanto, os jogos Pan Americanos envolvem exclusivamente os países de todas as Américas.

Em 2007, a cidade do Rio de Janeiro sediou os Jogos pela segunda vez em solo brasileiro. Esta edição dos jogos do Rio de Janeiro foi considerada uma oportunidade importante para o país mostrar aos órgãos internacionais sua capacidade de organização e mobilização de grandes eventos. O evento envolveu a participação de 5662 atletas de 42 países do continente americano, que disputaram 35 modalidades esportivas. A partir desta experiência, a expectativa do governo brasileiro é de conseguir habilitar-se a sediar outros grandes eventos internacionais, como os Jogos Olímpicos.

Embora oficialmente não haja uma disputa entre nações nos Jogos Pan Americanos (assim como também não ocorre nos Jogos Olímpicos), são criadas diferentes ordenações entre as delegações, como medida de desempenho global de cada país. Apesar de não existir nenhum método oficial de ordenação destes países, tradicionalmente é publicada uma tabela contendo os países ordenados por meio do número de medalhas de ouro, prata e bronze que seus atletas ganharam. Este tipo de ordenação é típica do método multicritério denominado lexicográfico (POMEROL e BARBA-ROMERO, 1997) que, em função de sua ampla utilização e aceitação, tornou-se o método extra-oficial utilizado.

Este método assume que o decisor tem a habilidade de ordenar cada critério de acordo com sua importância observada, e que um critério considerado mais importante o é de forma absoluta, isto é, avaliações muito boas em critérios menos importantes não podem compensar uma má avaliação no critério mais importante. Assim, o ranking depende do critério considerado como mais importante independentemente dos outros critérios. Em caso de empate, o ranking segue o segundo critério mais importante e assim por diante. No caso dos jogos Pan-Americanos, assim como nas olimpíadas, o critério mais importante é o número de medalhas de ouro. O segundo mais importante refere-se ao número de medalhas de prata e o terceiro representa as medalhas de bronze. Assim, uma única medalha de ouro tem maior peso que qualquer número de medalhas de prata, com o mesmo raciocínio valendo para estas em relação às de bronze. Uma grande desvantagem desse método é, portanto, sua valorização excessiva em relação à medalha de ouro, dando margem a estudos que buscam novas técnicas de ordenação.

3. Metodologias Utilizadas

3.1. Data Envelopment Analysis (DEA)

A análise envoltória de dados (*Data Envelopment Analysis* – DEA) é um método não paramétrico utilizado para medir o desempenho de um conjunto de unidades organizacionais, empresas ou mais genericamente, unidades tomadoras de decisão, denominadas DMU – *Decision Making Units* (CHARNES et al., 1978; DYSON e THANASSOULIS, 1988).

A eficiência de cada DMU é determinada por meio da razão ponderada entre o conjunto de produtos gerados e o conjunto de insumos utilizados por cada uma. Os pesos são definidos por meio da solução do modelo DEA desenvolvido por Charnes *et al.* (1978), denominado modelo CCR ou Banker *et al.* (1984), modelo BCC, dependendo se a produção é caracterizada por retornos constantes de escala ou por retornos variáveis de escala, respectivamente. Em ambos os modelos, nenhuma restrição aos pesos é considerada, exceto ser estritamente positivo.

Nestes modelos, existe uma completa liberdade para determinação dos pesos, que, em alguns casos, leva a estimativas inapropriadas de eficiência (THANASSOULIS e ALLEN, 1998).

3.1.1. Modelos DEA com *input* unitário

Lovell e Pastor (1999), utilizando o modelo do envelope, mostram que não faz sentido utilizar modelos CCR ou BCC, sem *input* com orientação a *output*, assim como modelos sem *output*, com orientação a *input*. Nestes casos, DEA é incapaz de diferenciar unidades eficientes de unidades ineficientes. Mostram ainda que modelos com *input* ou *output* unitário apresentam os mesmos resultados nos modelos CCR e BCC. Entretanto, não faz sentido dizer que o modelo com *input* constante é orientado a *input*, pois um modelo orientado a *input* significa que uma determinada DMU, não eficiente, deve reduzir seu *input* para se tornar eficiente. Entretanto, como a formulação matemática impõe que todas as DMUs têm um *input* constante (igual para todas as DMUs e invariável) o modelo perde o sentido, pois não se pode diminuir o *input* existente. O mesmo conceito é válido no caso de modelos com *output* constante ser orientado a *output*, pois da mesma forma uma DMU não pode aumentar seu *output* para se tornar eficiente.

Soares de Mello *et al.* (2008), utilizando o Modelo dos Multiplicadores mostram que a maximização da soma ponderada dos *outputs*, com *input* unitário, não corresponde a uma orientação a *input*, pois, no modelo dual (Modelo do Envelope), o *input* deixa de ser variável e passa a ser constante, não fazendo sentido então dizer que o modelo é orientado a *input*.

Em (1), apresenta-se o modelo DEA-CCR – Modelo dos Multiplicadores, com *input* constante.

O modelo fracionário tem um denominador correspondente ao *input*. Fazer $b_0x_0 = 1$ no modelo linearizado é um mero exemplo numérico.

$$\begin{aligned} \text{Max } h_0 &= \sum_{j=1}^m u_{j,0} \cdot y_{j,0} \\ \text{sujeito a } v_0 x_0 &= 1 \\ \sum_{j=1}^m u_{j,0} \cdot y_{j,k} - v_0 x_0 &\leq 0 \quad k = 1, 2, \dots, n \\ v_0, u_{j,k} &\geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \tag{1}$$

onde: $u_{j,k}$ - peso do *output* j da DMU k , v_0 - peso do *input*, x_0 - *input*,
 $y_{i,k}$ - *output* i da DMU k , m , n - número de *outputs* e DMUs respectivamente.

O dual do Modelo dos Multiplicadores, que corresponde ao Modelo do Envelope é apresentado em (2). Este dual corresponde a uma redução de *inputs*. Entretanto, como o *input* é constante, não faz sentido reduzi-lo.

$$\begin{aligned} \text{Min } h_0 \\ \text{sujeito a } h_0 x_0 &\geq \sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot x_j \\ y_{1,0} &\leq \sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot y_{1,m} \\ &\dots \\ y_{n,0} &\leq \sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot y_{n,m} \\ \lambda_j &\geq 0 \end{aligned} \tag{2}$$

É a primeira restrição em (1) que confere a interpretação de orientação a *inputs* no

modelo. No entanto, esta argumentação apresenta uma controvérsia, pois, em (2) o *input* é considerado variável e em (1) é tratado com constante.

A validação deste modelo, apresentada por Soares de Mello *et al.* (2007) considera o *input* constante desde o começo, tanto no modelo primal (Modelo dos Multiplicadores) e mantendo-o constante no modelo dual (Modelo do Envelope).

Em (3) tem-se o Modelo dos Multiplicadores com *input* constante e igual à 1.

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \sum_{j=1}^m u_{j,0} \cdot y_{j,0} \\
 & \text{sujeito a } \sum_{j=1}^m u_{j,0} \cdot y_{j,k} \leq 1 \quad k = 1, 2, \dots, n \\
 & \quad \quad \quad u_{i,k} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m
 \end{aligned} \tag{3}$$

O dual do modelo (3) é o modelo (4) (Modelo do Envelope) apresentado a seguir. Como não há restrição de igualdade no modelo, a variável livre *h* desaparece do dual, cessando a interpretação de redução equiproporcional dos *inputs*, mas mantendo válido este modelo.

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } \sum_{j=1}^m \lambda_j \\
 & \text{sujeito a } y_{1,0} \leq \sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot y_{1,j} \\
 & \quad \quad \quad \dots \\
 & \quad \quad \quad y_{n,0} \leq \sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot y_{n,j} \\
 & \quad \quad \quad \lambda_j \geq 0 \quad \forall j
 \end{aligned} \tag{4}$$

Assim, pode-se concluir que modelos DEA de *input* unitário e maximização do *output* virtual não tem nenhuma contradição. Entretanto, este modelo não deve ser denominado “orientado a *inputs*”. Este modelo é também utilizado por Caporaletti *et al.* (1999). Soares de Mello *et al.* (2007) utilizam modelos DEA com *input* unitário e restrições aos pesos para a geração de ranking para as Olimpíadas de Atenas em 2004 e um avanço deste trabalho pode ser encontrado em Soares de Mello *et al.* (2008) que incorpora o método de avaliação cruzada ao modelo DEA com *input* unitário para a geração de ranking olímpico.

3.2. Método Multicritério derivado do VIP Analysis

Quando não existe um decisor absoluto, como tal reconhecido, um grande problema na análise multicritério é a determinação dos pesos dos critérios. Há dois caminhos básicos que podem ser adotados: a determinação a *priori* dos pesos, que seriam fornecidos previamente por meio de um consenso entre os especialistas. Neste caso, a fixação dos pesos é determinada antes que as performances das alternativas sejam geradas e são absolutamente subjetivas. A segunda possibilidade é a da geração dos pesos via análise de regressão ou modelos de programação matemática. Neste caso, os pesos são gerados objetivamente.

Kao e Hung (2007) sinalizam para uma terceira opção que seria um método híbrido que considera na formação dos pesos tanto os aspectos subjetivos como os objetivos. Gomes *et al.* (2008) também utilizam este princípio para criar um índice multicritério de bem estar social rural.

O modelo Multicritério derivado do *VIP Analysis* é definido pelo seguinte modelo de programação linear (PL):

$$\begin{aligned} \text{Max } Z = V(a_i, k) &= \sum_{j=1}^n k_j v_j(a_i) \\ \text{Sujeito a.} \\ \sum_{j=1}^n k_j &= 1 \\ k_j &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \tag{5}$$

onde a_1, \dots, a_m são as alternativas, $v(\cdot)$ é uma função valor com único argumento associada ao j -ésimo critério e assinala um valor numérico a cada performance, k_j é o parâmetro de importância (peso) do j -ésimo critério, n é o total de critérios

Além disso, espera-se que o agente de decisão (AD) possa estabelecer, pelo menos, uma ordenação dos critérios, agregando-se ao modelo os valores subjetivos do AD. Caso contrário, a solução do modelo é trivial, dada pela atribuição de peso 1 ao critério no qual a variável tem melhor desempenho.

3.3. Comparação DEA x Método Multicritério derivado do VIP Analysis

O método multicritério derivado do *VIP Analysis* e o DEA envolvem a resolução de modelos de PL e são ambos otimistas, pois apresentam como característica comum retornarem a melhor avaliação possível para a DMU/alternativa em análise. Assim quando se aplica qualquer um desses modelos, pode-se ter certeza que nenhuma DMU/alternativa foi “injustiçada”.

Uma característica do modelo denominado método multicritério derivado do *VIP Analysis* é que ele é pouco restritivo, permitindo uma atribuição para os pesos dos critérios tão benevolentes quanto possível para a alternativa analisada. Isto porque a análise é individual e não comparativa. Desta forma, é possível que a atribuição ótima dos pesos para uma alternativa seja ainda melhor para uma outra alternativa qualquer do modelo.

Já em relação ao DEA, o conjunto de problemas de PL proposto é baseado em uma análise comparativa. Para cada DMU é realizada uma comparação entre os resultados da DMU em foco e todas as demais. Desta forma, os resultados encontrados para uma dada DMU não dependem apenas das performances deste DMU, mas sim da relação desta com as outras DMU's presentes no modelo. Outro ponto importante em relação ao DEA é que o valor máximo de eficiência encontrado para uma dada DMU é 1 (esta DMU é considerada eficiente) e não é permitido que a eficiência de nenhuma outra DMU considerada seja superior a da DMU eficiente (exceção feita ao modelo de supereficiência (ZHU, 2001)). Esta restrição não existe no método multicritério derivado do *VIP Analysis*.

3.4. Método dos Pesos Fixos

O método dos pesos fixos é um método de soma ponderada com pesos dos critérios dados de forma ordinal definido pelo decisor, normalmente iguais a 3, 2 e 1, segundo a importância dada a cada critério, em ordem decrescente de importância e a pontuação final de cada alternativa é dada pela soma ponderada de suas performances em todos os critérios.

4. Modelos Propostos

Conforme citado no item 1, este trabalho propõe a comparação dos *rankings* gerados pelo método dos pesos fixos, pela metodologia DEA e pelo método multicritério derivado do *VIP Analysis* e uma análise de sua possível adequação na avaliação de *Home Advantage*.

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Para a geração destes *rankings*, são utilizados os desempenhos obtidos pelos países nos Jogos Pan Americanos do Rio de Janeiro em 2007. A tabela 1 apresenta os resultados obtidos por todos os países que conseguiram ganhar medalhas nestes jogos e sua ordenação segundo o método Lexicográfico.

Tabela 1: resultados jogos PAN-Americanos de 2007

País	Ouro	Prata	Bronze	Total de medalhas	Ordenação
Estados Unidos (USA)	97	88	52	237	1
Cuba (CUB)	59	35	41	135	2
Brasil (BRA)	54	40	67	161	3
Canadá (CAN)	39	43	55	137	4
México (MEX)	18	24	31	73	5
Colômbia (COL)	14	21	13	48	6
Argentina (ARG)	11	15	33	59	7
Venezuela (VEN)	10	25	34	69	8
República Dominicana (DOM)	6	6	17	29	9
Chile (CHI)	6	5	9	20	10
Equador (ECU)	5	4	10	19	11
Porto Rico (PUR)	3	5	12	20	12
Jamaica (JAM)	3	5	1	9	13
Guatemala (GUA)	2	3	2	7	14
Bahamas (BAH)	2	2	2	6	15
El Salvador (ESA)	1	3	6	10	16
Panamá (PAN)	1	1	0	2	17
Antígua e Barbuda (ANT)	1	0	2	3	18
Antilhas Neerlandesas (AHO)	1	0	1	2	19
Peru (PER)	0	4	8	12	20
Trinidad e Tobago (TRI)	0	1	3	4	21
Uruguai (URU)	0	1	2	3	22
Ilhas Caymans (CAY)	0	1	0	1	23
Nicarágua (NCA)	0	0	2	2	24
Barbados (BAR)	0	0	1	1	25
Dominica (DOM)	0	0	1	1	26
Granada (GRN)	0	0	1	1	27
Guiana (GUY)	0	0	1	1	28
Haiti (HAI)	0	0	1	1	29
Honduras (HON)	0	0	1	1	30
Paraguai (PAR)	0	0	1	1	31
Santa Lúcia (LCA)	0	0	1	1	32

4.1. Aprimoramento do Método dos Pesos Fixos: Método de Pesos Fixos com diferenças de valor

O método dos pesos fixos consiste em atribuir peso 3 para medalhas de ouro, 2 para de prata e 1 para de bronze. Entretanto, conforme descrito em Soares de Mello *et al.* (2008), uma valorização maior da medalha de ouro deve ser considerada por ser a vitória o objetivo final dos competidores. Desta forma, a diferença entre os pesos da medalha de ouro em relação à medalha de prata e desta em relação à de bronze devem ser diferentes. Por isso, utiliza-se uma variação deste método aqui denominada como método de pesos fixo com diferença de valor, a qual utiliza os pesos 4, 2 e 1 para as medalhas de ouro, prata e bronze, respectivamente. A pontuação final de cada alternativa é dada pela soma ponderada do número de medalhas. Em caso de empate, continua-se utilizando o método lexicográfico nos mesmos moldes que é normalmente utilizado.

Os resultados encontrados pelo método estão na Tabela 2.

4.2. DEA

No modelo DEA, as DMU's são definidas como sendo os países que ganharam pelo menos uma medalha em qualquer esporte dos jogos. Os *outputs* são as medalhas conquistadas pelos países. Como tem-se três tipos de medalhas (ouro, prata e bronze), tem-se 3 *outputs* para cada DMU, que correspondem exatamente ao número de medalhas obtido por um país.

Nenhum *input* é considerado já que o objetivo é ordenar os países somente pelos seus resultados. No entanto, isso leva a inconsistências matemáticas (LOVELL e PASTOR, 1999). Visando evitar tais inconsistências e mantendo a idéia de considerar somente os resultados, considerou-se que a existência de cada DMU era seu próprio *input*. Em outras palavras, assumiu-se uma unidade constante como sendo o *input* para todas as DMUs em um contexto similar ao usado por Soares de Mello *et al.* (2008).

Devido à existência de um único *input* constante, usa-se o modelo DEA de retornos constantes de escala (DEA-CCR) (CHARNES *et al.*, 1978), com aparente orientação a *input*. Entretanto, é importante notar que a escolha entre os modelos BCC e CCR neste caso, apresentam resultados distintos, como demonstrado a seguir.

O modelo BCC dos multiplicadores com *input* unitário é apresentado em (6), onde sua função objetivo é a maximização da soma ponderada dos *outputs*.

$$\begin{aligned} \text{Max } Eff_0 &= \sum_{j=1}^s u_j y_{j0} - u_* \\ \text{sujeito a } \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - u_* &\leq 1, \quad \forall k \\ u_j &\geq 0, \quad \forall j \\ u_* &\in \mathfrak{R} \end{aligned} \quad (6)$$

Entretanto, no modelo BCC do envelope com *input* constante apresentado em (7), que é o dual do modelo (6), a função objetivo é a minimização da soma dos λ 's.

$$\begin{aligned} \text{Min } h_0 \\ \text{sujeito a } h_0 - \sum_{k=1}^n \lambda_k &\geq 0, \quad \forall i \\ -y_{j0} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k &\geq 0, \quad \forall j \\ \sum_{k=1}^n \lambda_k &= 1 \\ \lambda_k &\geq 0, \quad \forall k \end{aligned} \quad (7)$$

Entretanto, no modelo (2) temos a restrição que a soma dos λ 's tem que ser igual a 1, o que torna também a função objetivo unitária. Como os modelos primal (6) e dual (7) possuem o mesmo valor ótimo da função objetivo, o modelo BCC de *input* unitário com orientação a *input* torna todas as DMU's eficientes, impossibilitando uma distinção entre elas.

Além disso, sabe-se que, obviamente, as medalhas conquistadas não possuem o mesmo nível de importância. E, como citado no método dos pesos fixos, este fator força a incorporação de restrições aos pesos no modelo DEA proposto, considerando ainda o fato de que a medalha de ouro é, certamente, mais importante do que a de prata e que esta é mais importante do que a de bronze e, ainda, que a diferença de importância entre esses tipos de medalhas não é equivalente.

O modelo DEA com essas considerações e simplificações em função do *input* constante unitário é expresso em (8).

$$\begin{aligned}
 & \text{Maximizar } h_0 = u_g \cdot y_{g0} + u_s \cdot y_{s0} + u_b \cdot y_{b0} \\
 & \text{Sujeito a:} \\
 & u_g \cdot y_{gk} + u_s \cdot y_{sk} + u_b \cdot y_{bk} \leq 1, k = 1, \dots, n \\
 & u_g - u_s \geq 0 \\
 & u_s - u_b \geq 0 \\
 & u_g - 2u_s + u_b \geq 0 \\
 & u_j \geq 0, j = g, s, b
 \end{aligned} \tag{8}$$

Repare-se que este é um modelo orientado a *inputs* e que, devido ao fato do *input* ser unitário, o modelo orientado a *outputs* poderia ser considerado mais adequado. No entanto, como já citado, o modelo é CCR, as duas orientações dão o mesmo resultado, e o modelo dos multiplicadores orientado a *inputs* tem uma interpretação mais intuitiva. Por meio deste modelo, foi possível descobrir as eficiências de cada país nos jogos Pan-Americanos e assim, estabelecer a ordenação dos países nos jogos segundo este método.

4.3. Método Multicritério derivado do VIP Analysis

Como parte da proposta deste trabalho é gerar uma agregação para os resultados das competições dos Jogos Pan Americanos que seja bastante benevolente com os países, no sentido de valorizar ao máximo os resultados obtidos por cada um deles e que, ao mesmo tempo, reflita a noção de importância tradicionalmente associada ao valor das medalhas (SOARES DE MELLO *et al.*, 2007) foi construído um modelo de PL. Com essas premissas em consideração, obtém-se o seguinte conjunto de modelos de PL:

$$\begin{aligned}
 \text{Max } Z = V(a_i, k) &= \sum_{j=1}^3 k_j v_j(a_i) \\
 \text{sujeito a} \\
 k_1 - k_2 &\geq k_2 - k_3 \\
 k_1 &\geq k_2 \\
 k_2 &\geq k_3 \\
 \sum_{j=1}^3 k_j &= 1 \\
 k_j &\geq 0, j = 1, \dots, 3
 \end{aligned} \tag{9}$$

onde a_1, \dots, a_m são os países que ganharam medalhas nos Jogos Pan Americanos de 2007 e k_j é o parâmetro de importância (peso) do j -ésimo critério ($j = 1$ (ouro), 2 (prata), 3 (bronze)).

É possível demonstrar que existe redundância entre a segunda e a terceira restrição. Porém, por motivo de clareza, as duas serão mantidas no modelo.

O modelo (9) é um problema de PL cuja resolução é trivialmente obtida pelo *VIP Analysis* (DIAS e CLÍMACO, 2002). Para tal, basta que o conjunto de alternativas considerado seja o conjunto de países, os critérios sejam os números totais de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas. Desta forma, o modelo (9) é uma variação do modelo (5) que considera que o tomador de decisão sente-se confortável para fornecer uma ordenação dos critérios.

Compete destacar que este uso do *VIP Analysis* é uma redução do escopo da metodologia e foge ao seu propósito original. Contudo, seu uso será bastante benéfico para a resolução dos modelos necessários para a geração dos resultados pretendidos. Por este motivo,

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

este método recebeu a denominação de Método Multicritério derivado do VIP *Analysis*, pois utiliza apenas parte do seu processo de avaliação, considerando apenas os valores otimistas calculados para as funções objetivos.

O desempenho de cada país foi normalizado para que os dados pudessem ser utilizados pelo VIP *Analysis*.

Após a inclusão do conjunto de restrições, os PPL's foram resolvidos e os relatórios gerados. Nesta análise, interessa-nos nos resultados apresentados na coluna Max Value do VIP *Analysis*, que corresponde aos valores otimistas das funções objetivos de cada um dos 32 modelos de PL resolvidos.

5. Resultados e conclusões

A tabela 2 apresenta as posições de cada um dos 32 países que conquistaram medalhas nos Jogos Panamericanos de 2007, segundo cada um dos métodos propostos.

Tabela 2: resultados obtidos

Ordenação Pan-Americana	País	Ouro	Prata	Bronze	Total de medalhas	Ordenação Método dos pesos fixos com diferença de valor	Ordenação DEA	Ordenação Método Multicritério derivado do VIP Analysis
1	Estados Unidos (USA)	97	88	52	237	1	1	1
2	Cuba (CUB)	59	35	41	135	3	3	2
3	Brasil (BRA)	54	40	67	161	2	2	3
4	Canadá (CAN)	39	43	55	137	4	4	4
5	México (MEX)	18	24	31	73	5	5	5
6	Colômbia (COL)	14	21	13	48	7	8	8
7	Argentina (ARG)	11	15	33	59	8	7	7
8	Venezuela (VEN)	10	25	34	69	6	6	6
9	República Dominicana (DOM)	6	6	17	29	9	9	9
10	Chile (CHI)	6	5	9	20	10	10	10
11	Equador (ECU)	5	4	10	19	11	12	12
12	Porto Rico (PUR)	3	5	12	20	12	10	11
13	Jamaica (JAM)	3	5	1	9	13	15	13
14	Guatemala (GUA)	2	3	2	7	14	16	20
15	Bahamas (BAH)	2	2	2	6	17	17	16
16	El Salvador (ESA)	1	3	6	10	15	14	14
17	Panamá (PAN)	1	1	0	2	18	21	15
18	Antígua e Barbuda (ANT)	1	0	2	3	19	19	17
19	Antilhas Neerlandesas (AHO)	1	0	1	2	20	22	17
20	Peru (PER)	0	4	8	12	16	13	17
21	Trinidad e Tobago (TRI)	0	1	3	4	21	18	21
22	Uruguai (URU)	0	1	2	3	22	19	21
23	Ilhas Caymans (CAY)	0	1	0	1	23	24	23
24	Nicarágua (NCA)	0	0	2	2	24	23	24
25	Barbados (BAR)	0	0	1	1	25	24	24
26	Dominica (DOM)	0	0	1	1	25	24	24
27	Granada (GRN)	0	0	1	1	25	24	24
28	Guiana (GUY)	0	0	1	1	25	24	24
29	Haiti (HAI)	0	0	1	1	25	24	24
30	Honduras (HON)	0	0	1	1	25	24	24
31	Paraguai (PAR)	0	0	1	1	25	24	24
32	Santa Lúcia (LCA)	0	0	1	1	25	24	24

Pode-se notar, na Tabela 2, que as três últimas colunas apresentam as ordenações obtidas por cada um dos métodos utilizados. Como cada um destes métodos atribuem importâncias diferentes a cada uma das variáveis, a ordenação encontrada por um método é diferente da ordenação encontrada por outro método. Desta forma, é importante analisar as diferenças entre as diversas ordenações encontradas. Para isto é utilizado um método de hipóteses estatístico não-paramétrico de Wilcoxon–Mann–Whitney (FELTOVICH, 2003).

O único pressuposto exigido para a aplicação do teste de Wilcoxon–Mann–Whitney é que as duas amostras sejam independentes e aleatórias, e que as variáveis em análise sejam numéricas ou ordinais. Este teste foi escolhido por exigir condições bem menos exigente que outros testes como, por exemplo, do teste t-Student que exige que as populações de onde as amostras provêm têm distribuição normal.

Sejam N_1 e N_2 os tamanhos das duas amostras. O teste de hipóteses subjacente de Wilcoxon–Mann–Whitney é:

H_0 : As duas amostras têm distribuições idênticas

H_1 : As duas amostras têm distribuições diferentes

A estatística de teste U é calculada combinando-se as observações das duas amostras numa única variável de tamanho $N_1 + N_2$, sendo identificadas as respectivas proveniências. O conjunto de observações assim constituído pela junção das duas amostras é ordenado por ordem crescente, atribuindo o número de ordem 1 à observação menor e o número de ordem $N_1 + N_2$ à observação maior. Caso haja “empates”, a cada uma das observações “empatadas” é atribuído o número de ordem médio que essas observações teriam se não estivessem “empatadas”. Em seguida, calculam-se as somas dos números de ordem das observações de cada amostra:

W_1 : soma dos números de ordem das observações da amostra 1;

W_2 : soma dos números de ordem das observações da amostra 2;

Calculam-se então as quantidades U_1 e U_2 dadas pelas equações (8) e (9):

$$U_1 = N_1.N_2 + \frac{N_2.(N_2 + 1)}{2} - W_2 \tag{8}$$

$$U_2 = N_1.N_2 + \frac{N_1.(N_1 + 1)}{2} - W_1 \tag{9}$$

A estatística de teste é $U = \min (U_1, U_2)$

Tabela 3: Estatística do teste de Wilcoxon–Mann–Whitney (U)

Comparação entre o método lexicográfico e:	Método dos pesos fixos com diferença de valor	DEA	Método Multicritério derivado do VIP Analysis
$U_1 = 512$	$U_2 = 512$	$U_2 = 512$	$U_2 = 512$

Os resultados obtidos mostram que as estatísticas do teste são iguais quando se compara a ordenação dos países pelo método lexicográfico com as ordenações dos os outros três métodos propostos de forma individual. Assim, para qualquer das três comparações, deve-se aceitar a hipótese nula H_0 , onde as amostras possuem distribuições idênticas e, assim, não apresentam uma diferença significativa na ordenação final em relação ao método em uso atualmente. No entanto, essas pequenas alterações nos resultados podem fazer uma grande diferença na análise do *Home Advantage*. Por exemplo, o uso de DEA para o cálculo de *Home Advantage* não é indicado no conjunto de dados dos Jogos Pan Americanos devido a presença de uma DMU muito diferente das outras, os Estados Unidos. Como, em todas as edições, com exceção de uma única (Buenos Aires, 1951), os EUA foram a DMU de maiores números absolutos de medalhas conquistadas, DEA o considera eficiente por definição (*default*) em todas elas, não diferenciando as edições como país visitante daquelas em foi o país sede. Neste

caso, portanto, a presença de uma DMU de comportamento distinto das demais (heterogeneidade das DMU's) prejudica a análise de *Home Advantage* por meio de DEA, o que não ocorre com o uso do Método Multicritério derivado do VIP Analysis, uma vez que este método não restringe o valor máximo da eficiência.

Referências

Balmer, N. J.; Nevill, A. M. & Williams, A. M. (2001) Home advantage in the Winter Olympics (1908-1998). *Journal of Sports Sciences* 19, 2, 129-139.

Balmer, N. J.; Nevill, A. M. & Williams, A. M. (2003) Modelling home advantage in the Summer Olympic Games. *Journal of Sports Sciences* 21, 6, 469-478.

Banker, R. D.; Charnes, S. A. & Cooper, W. (1984). Some models for Estimating Technical and scale inefficiencies in DEA., *Management Science*, 30, 9, 1078-1092.

Barba-Romero, S. & Pomerol, J. C. (1997) *Decisiones Multicriterio: Fundamentos Teóricos e Utilización Práctica*. Colección de Economía, Universidad de Alcalá, Espanha.

Caporaletti, L. E.; Dulá, J. H. & Womer, N. K. (1999) Performance evaluation based on multiple attributes with nonparametric frontiers. *Omega* 27, 637-645.

Charnes, A.; Cooper, W. W. & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision-making units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.

Churilov, L. & Flitman, A. (2006) Towards fair ranking of olympics achievements: The case of Sydney 2000. *Computers and Operations Research* 33, 7, 2057-2082.

Dias, L. C. & Clímaco, J. N. (2002) Additive Aggregation with variable Interdependent Parameters: the VIP Analysis Software. *Journal of Operational Research Society*, 51, 9, 1070-1082.

Dyson, R. G. & Thanassoulis, E. (1988) Reducing weight flexibility in data envelopment analysis. *Journal of the Operational Research Society*, 39, 6, 563 -576.

Feltoich, N. (2003) Nonparametric Tests of Differences in Medians: Comparison of the Wilcoxon-Mann-Whitney and Robust Rank-Order Tests. *Experimental Economics*, 6, 273-297.

Gomes, E. G.; Soares de Mello, J. C. C. B. & Mangabeira, J. A. C. (2008) Índice multicritério de bem estar social rural em um município da região amazônica. *Pesquisa Operacional*, 28.

Hai, H. L. (2007), Using vote-ranking and cross-evaluation methods to assess the performance of nations at the Olympics, *WSEAS Transactions on Systems*, 6, 6, 1196-1205.

Kao, C. & Hung, H. (2007) Management performance: An empirical study of the manufacturing companies, Taiwan, *Omega*, 35, 152-160.

Lacerda, F. G. & Soares de Mello, J. C. C. B. (2007) Análise preliminar de existência de Home Advantage aplicada ao desempenho da República Dominicana na história dos Jogos Pan Americanos, *Relatórios de pesquisa em Engenharia de Produção*, 7, 8.

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Lins, M. P. E.; Gomes, E. G.; Soares de Mello, J. C. C. B. & Soares de Mello, A. J. R. (2003), Olympic ranking based on a zero sum gains DEA model. *European Journal of Operational Research*, 148, 2, 312-322.

Lovell, C. A. K. & Pastor, J. T. (1999). Radial DEA models without inputs or without outputs, *European Journal of Operational Research*, 118, 1, 46-51.

Lozano, S.; Guerrero, G. V. & Cortés, F. P. (2002), Measuring the performance of nations at the Summer Olympics using data envelopment analysis, *Journal of the Operational Research Society*, 53, 501-511.

Pollard, R. (2002) Evidence of a reduced home advantage when a team moves to a new stadium. *Journal of Sports Sciences*, 20, 12, 969-973.

Soares de Mello, J. C. C. B.; Angulo-Meza, L. & Branco da Silva, B. P. (2007). A ranking for the Olympic Games with unitary input DEA models. *IMA Conference on Mathematical Modeling in Sport – IMA SPORT 2007*, Manchester, UK.

Soares de Mello, J. C. C. B.; Gomes, E. G.; Angulo Meza, L. & Biondi Neto, L. (2008) Cross evaluation using weight restriction in unitary input DEA models: Theoretical aspects and application to Olympic Games ranking. *WSEAS Transactions on Systems*, 7, 1, 31-39.

Thanassoulis, E. & Allen, R. (1998) Simulating Weights Restrictions in Data Envelopment Analysis by Means of Unobserved DMUs. *Management Science*, 44.

Zhu, J. (2001) Super-efficiency and DEA sensitivity analysis. *European Journal of Operational Research*, 129, 2, 443-455.